

ОПД.Ф.02.04 ДЕТАЛИ МАШИН
ВАЛЫ И ОСИ
Теоретическое пособие

Содержание

4.1. Общие сведения	3
4.2. Конструкции и основные критерии работоспособности	4
4.3. Материалы валов	6
4.4. Расчёт на прочность и проектирование валов	7
4.5. Расчёт валов и осей на выносливость	11
4.6. Расчёт на жесткость	13
4.7. Расчёт валов на колебания	15

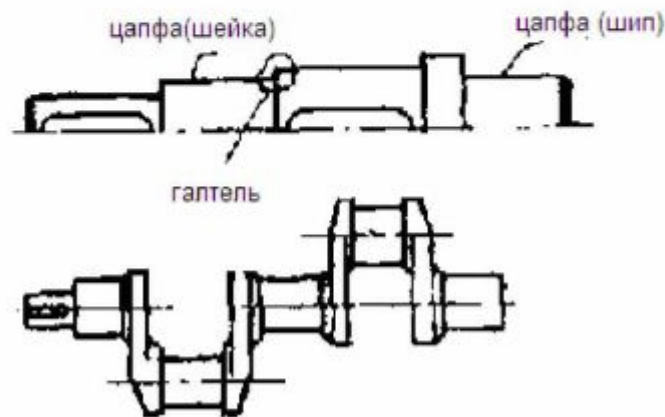
4.1. Общие сведения

Вращающиеся детали машин устанавливаются на валах или осях, осуществляющих геометрическую ось вращения этих деталей.

Валы предназначены для передачи крутящего момента от одной вращающейся детали машин к другой и несут на себе детали, осуществляющие эту передачу. В соответствии с этим валы подвержены совместному действию изгиба и кручения или только кручения.

Оси, как правило, работают только на изгиб.

Валы по назначению можно разделить на валы передач, несущие детали передач-зубчатые колёса, шкивы, звёздочки, муфты и коренные или специальные валы, несущие кроме деталей передач, рабочие органы машин двигателей или орудий-колёса или диски турбин, шатуны, зажимные патроны и т. д. По форме геометрической оси валы разделяются на прямые и коленчатые.



Коленчатые валы применяются при необходимости преобразования в машине возвратно-поступательного движения и наоборот. Гибкие валы (торсионные и гибкие работают только на кручение).

4.2. Конструкции и основные критерии работоспособности

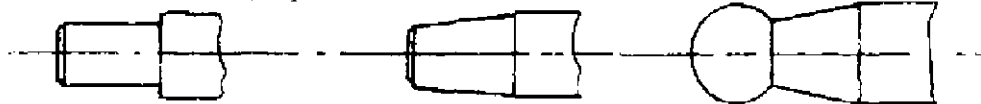
Валы и оси должны удовлетворять следующим основным требованиям: достаточная прочность, жесткость и сопротивление изнашиванию, технологичность конструкции.

Конструкционные формы валов и осей определяются назначением насаживаемых деталей, характером и величиной приложенных к ним нагрузок, способом закрепления насаженных на них деталей, независимо от их посадки на валы. При определении формы ступенчатого вала следует назначать диаметры ступеней с таким расчётом, чтобы каждая из насаживаемых деталей проходила по валу до посадочного места без натяга. Прямые валы одного диаметра.

Опорные части валов и осей под подшипники называются цапфами, промежуточные цапфы называются шейками, концевые - шипами.

Диаметры цапф, мест посадки зубчатых колёс, дисков, шкивов и других деталей следует выбирать по ГОСТ 6636-69 на нормальные линейные размеры в машиностроении в местах посадки подшипников шейки должны иметь диаметры, определяемые ГОСТом на подшипники качения.

Цапфы под подшипники скольжения:



Цапфы под подшипники качения :



Цапфы, воспринимающие опорные реакции осевого направления называются пятаями.

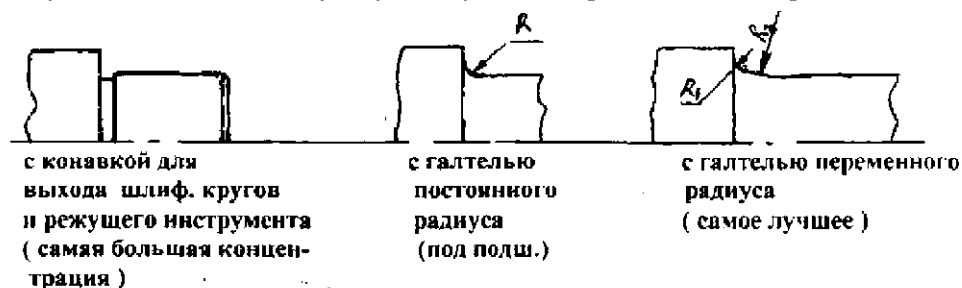
Конструктивные формы цапф определяются направлением и величиной опорных реакций, предъявляемыми к узлу требованиями фиксации, регулировки зазоров, компенсации износа и другими, а также технологией изготовления.

Конструктивные формы вала в значительной мере определяют его усталостную прочность, так как разные изменения сечения вызывают концентрацию напряжений.

Переходы от одного диаметра вала к другому осуществляется посредством галтелей.

При посадках подшипников качения параметры галтелей и заплечиков регламентированы ГОСТом. При посадке шестерён и шкивов можно руководствоваться теми же рекомендациями, но при этом иметь в виду, что увеличение радиуса галтели снижает концентрацию напряжений при изгибе и кручении.

Переходные участки валов между двумя ступенями разных диаметров выполняются:



Увеличение радиуса не всегда оказывается возможным из-за упора в галтельный переход сопрягаемой детали - делают специальные галтели.



галтели с поднутрением

Для удаления малонапряженного материала (разгрузочная канавка)



Для снижения концентрации напряжений при изгибе целесообразно изготавливать шпоночную канавку дисковой фрезой вместо пальцевой.

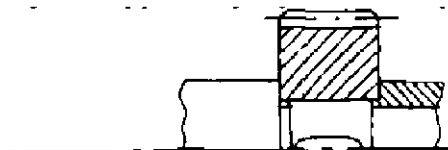
Для компенсации разности температурных деформаций корпуса и вала последний должен фиксироваться в одной из опор во избежание дополнительных осевых нагрузок на опоры и вал. Если с валом связана деталь, осевое смещение которой должно быть минимальным, то вал должен быть зафиксирован в ближайшей к этой опоре.

Смещения вала в осевом направлении должны быть ограничены по величине в соответствии с условиями работы деталей в узле.

Образуемый при формировании цилиндрической шина уступ и используется для осевой фиксации вала.

Валы выполняются также полыми.

Для передачи осевых нагрузок на вал и фиксации осевых положений насаженной на вал детали служат бурты и уступы на валу.



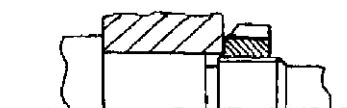
длина ступицы несколько больше посадочного участка вала для разгрузки поверхностных слоев вала от контактных напряжений



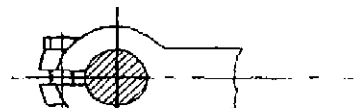
посадка с гарантированным натягом.

Средние нагрузки

Клемовые соединения



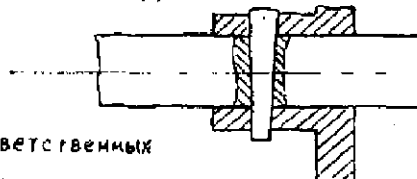
Лёгкие нагрузки и предохранение от перемещений случайными силами



столорными винтами непосредственно или через установочные кольца.



пружинными кольцами



Штифт для несоответственных малонагруженных валов.

4.3. Материалы валов

Основными материалами валов и осей являются углеродистые и легированные стали, в виде проката или поковок, реже в виде стального или чугунного литья (ряд технологических преимуществ).

Преимущественно применяют стали 30, 40, 45 и 50. Валы из этих сталей подвергают улучшению.

Неответственные валы и оси и малонапряженные изготавливают из Ст.3, Ст.4 и Ст5.

Легированные стали применяют при необходимости ограничить вес вала, повысить стойкость шлицевых соединений или из других конструктивных соображений (прочность зубьев, нарезаемых непосредственно на валу, особые требования к качеству поверхностных слоев на отдельных участках вала).

Марка легированной стали и вид термической или химико-термической обработки выбирают в соответствии с требуемыми показателями прочности и износостойкости.

Усталостную прочность валов повышают упрочнением материала вала химико-термической обработкой (азотирование, цементация, цианирование, поверхностная закалка); наклёп поверхностного слоя обкаткой роликами или обдувкой дробью.

Валы больших размеров можно изготавливать из труб.

Валы подвергаются токарной обработке с последующей шлифовкой посадочных поверхностей.

Чистота поверхности под подшипник качения $2.5V - 0.63V$, подшипник скольжения $1.63V - 0.16V$ и выше.

4.4. Расчёт на прочность и проектирование валов

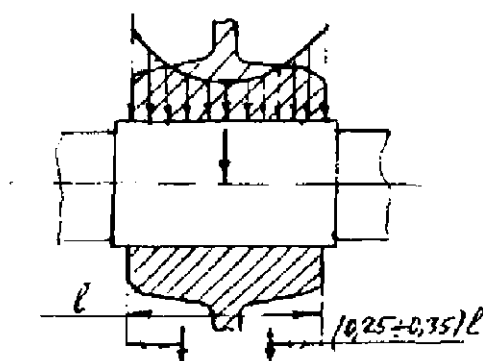
На статическую прочность валы рассчитывают по наибольшей кратковременной нагрузке, повторяемость которой настолько мала, что не может вызвать усталостного разрушения.

На выносливость рассчитывают по длительно действующим нагрузкам с учётом режима нагружения. Расчёт можно вести по наибольшей из этих нагрузок, к которой приводятся остальные.

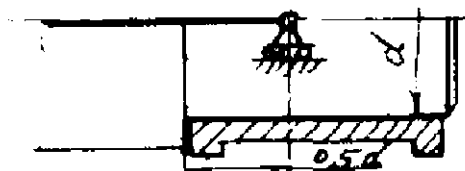
Переменные напряжения вызываются нагрузками, вращающимися относительно вала, постоянные напряжения - нагрузками, вращающимися синхронно с ним.

Нагрузки на вал передаются через сопряжёнными с ним деталями и в зависимости от ряда условий (жёсткости сопряжённых элементов, точности изготовления) распределяется вдоль рабочих элементов по различным закономерностям.

Расчётные нагрузки при составлении расчётной схемы вала обычно принимают за сосредоточенные силы, приложенные по середине длины элементов, передающих силы или моменты.



Для точного расчёта в силу разлагают на 2 сосредоточенных силы, приложенных на расстоянии $(0,25-0,35)L$ от кромок ступицы. Меньшие значения - жестким ступицам и неподвижным посадкам, большие - податливым ступицам и подвижным посадкам.



При составлении расчетной схемы вал представляют как балку, лежащую на шарнирно подвижных опорах и подверженную изгибу и кручению от действия расчётных нагрузок - для валов на подшипниках качения по одному в опоре и коротких подшипниках скольжения.

Если два подшипника качения монтированы в опоре так, что самоустанавливаемости опоры нет, то при составлении расчетной схемы отбрасывают внешние полтинники, приняв за шарнирные опоры внутренние. Для длинных опор скольжения, расположенных по концам вала, условные шарниры располагаются на расстоянии $0,5d$, но не менее $0,25-0,35$ длины подшипника от его кромки со стороны пролёта.

При необходимости произвести уточненный расчет следует учитывать опорные моменты, возникающие при установке нескольких подшипников в опоре, и рассматривать вал как балку на упругих опорах, а при длинных подшипниках скольжения - как балку на упругих основаниях, соответствующих длинам подшипников.

Для составленной расчётной схемы вала производится построение эпюр изгибающих и крутящих моментов от нагрузок.

Если на вал действуют нагрузки, лежащие в различных плоскостях, их следует разложить на составляющие в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, и определяют в этих плоскостях реакции опор и изгибающие моменты. При действии только одного крутящего момента из условия прочности.

$$\begin{aligned}
T &= W_K [\tau_K] \\
W_K &= 0,2d^3 \\
T &= 9550 \frac{N}{u} \\
9550 \frac{N}{u} &= 0,2d^3 \\
d &= \sqrt[3]{9550 \frac{N}{n[\tau_K]0,2}} \\
[\tau_K] &= (0,025 \dots 0,03)\sigma \\
\text{или } d &= \sqrt[3]{0,2[\tau_K] \frac{T}{n}} \\
\text{или } d &= C \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \\
\tau &= \frac{T}{W_K} \leq [\tau] \\
\frac{T}{0,2d^3} &\leq [\tau] \\
d &\geq \sqrt[3]{\frac{T}{0,2[\tau]}}
\end{aligned}$$

где N-расчётная мощность в кВт;

C-коэффициент, зависящий от величины допускаемого напряжения на кручение.

Если в опасном сечении известен крутящий момент T и изгибающий момент M, то номинальное эквивалентное напряжение в опасном сечении:

$$\sigma_{\text{э}} = \sqrt{\sigma_u^2 + \left(\frac{\sigma_T}{\tau_T}\right)^2 \tau^2} \leq \frac{\sigma_T}{S}$$

где

$$\sigma_u = \frac{M}{W_u}; \tau = \frac{T}{W_K}; W_u = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3; W_K = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3; \tau_T = 0,58$$

По энергетической теории прочности:

$$\sigma_{\text{э}} = \frac{32 \cdot 10^3}{\pi d^3} \sqrt{M^2 + 0,75T^2} \leq [\sigma]$$

Диаметр оси T = 0, 32/\pi \approx 10

$$d = \sqrt[3]{\frac{10^3 M}{[\sigma]}}$$

где M в Нм.

Диаметр вала:

$$d \approx \sqrt[3]{10^4 \frac{M^2 + 0,75T^2}{[\sigma]}}$$

Уточненный расчёт не производят, если

$$\sigma_D < \frac{\varepsilon_\sigma \sigma_T}{K_\sigma S}$$

где ε —коэффициент влияния размеров;

σ_T —предел выносливости материала при изгибе со знакопеременным симметричным цикле;

K_σ —эффективный коэффициент концентрации напряжений в опасном сечении;

S —запас прочности по усталости

Для полого вала с наружным диаметром d и внутренним $d_{ин}$. момент сопротивления изгибу и кручения

$$W_u = 0,1d^3(1 - \beta^4)$$

$$W_K = 0,2d^3(1 - \beta^4)$$

где коэффициент $\beta = \frac{d_{ин}}{d}$ Из уравнения прочности диаметр вала:

$$d \approx \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \frac{M^2 + 0,75T^2}{[\sigma](1 - \beta^4)}}$$

при этом

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma d} [S]} \quad [\sigma] = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma d} [S]}$$

где $[S]$ —запас прочности $[s]=2$

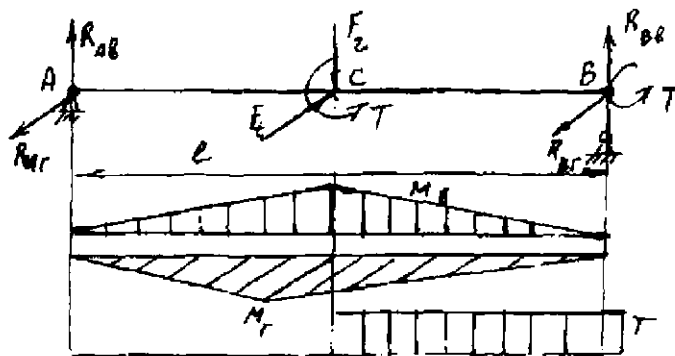
$K_{\sigma d}$ — эффективный коэффициент концентрации

$K_{\sigma d}=3 \dots 5$

Полученные предварительным расчётом размеры являются исходными при конструировании вала с учетом технологических, монтажных и других требований. Получив расчётным путём размеры проектируют конструктивную форму вала.

Порядок приближённого (проектного) расчёта валов на прочность по эквивалентному моменту:

1. По чертежу узла составляют расчётную схему



2. Определяют действующие на вал усилия F_T, F_r, T

3. Определяют опорные реакции $\sum M_H = 0; \sum M_A = 0; R_{1H} = R_{2H} = \frac{F_2}{2}; R_{AT} = R_{BT} = \frac{F_1}{2}$

4. Определяют изгибающие моменты и строят их эпюры в вертикальной плоскости в сечении С:

$$M_v = \frac{R_a l}{2} = \frac{F_r l}{4}$$

в горизонтальной плоскости:

$$M_c = \frac{R_{Ac} l}{2} = \frac{F_l l}{4}$$

5. Определяют суммарный момент

$$M = \sqrt{M_v^2 + M_c^2}$$

6. Определяют Т и строят эпюру

7. Определяют $M_{\text{экв}}$

8. Определяют d

4.5. Расчёт валов и осей на выносливость

(Проверочный расчет)

После предварительных расчётов и конструктивного оформления вала (оси) проводят проверочный расчёт для опасных сечений с целью проверки соотношения

$$\left(n \geq [n] \right) \quad \bar{S} \geq [S]$$

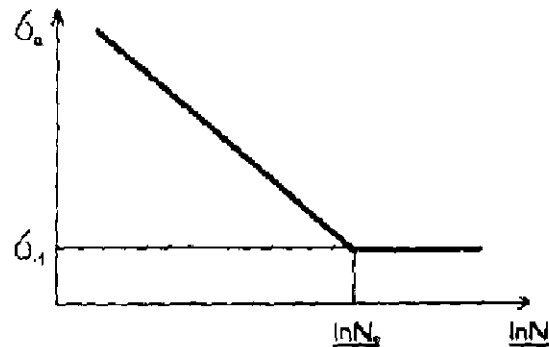
Переменное напряжение периодически меняется от наименьшего значения до наибольшего.

Цикл называется симметричным, если наибольшее и наименьшее напряжения равны по величине, но противоположны по знаку

$$-\sigma_{MAX} = \sigma_{MIN}$$

Чтобы оценить сопротивляемость материала действию переменных напряжений, проводят испытания на выносливость, по данным которых строят кривые усталости-зависимость числа циклов N до разрушения от величины амплитуды цикла при постоянном среднем напряжении.

Наибольшее переменное напряжение, при котором материал не разрушаясь выдерживает определенное число циклов называется пределом выносливости σ_r , для симметричного цикла— σ_1 .



С увеличением размеров деталей предел выносливости уменьшается и оценивается масштабным фактором. С увеличением среднего напряжения предел выносливости уменьшается и для упрощения расчетов

$$\sigma_r = \sigma_{-1} - \psi_\sigma \sigma_m$$

где ψ_σ —коэффициент, характеризующий чувствительность материала к не симметрии цикла.

Запас прочности определяется из условия:

$$\frac{1}{S^2} = \frac{1}{S_a^2} + \frac{1}{S_r^2}$$

где S_σ -запас прочности по изгибу;

S_τ —коэффициент запаса прочности по касательным напряжениям.

При действии только изгиба (сжатия, растяжения):

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma 0} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}$$

в которой амплитуда нормальных напряжений и величина среднего напряжения для вала:

$$\sigma_a = \sigma_u = \frac{M_u}{W_u}, \sigma_m = 0$$

При действии только кручения:

$$S_\tau = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau 1} \tau_a + \psi_\tau \tau_m},$$

в которой

$$\tau_a = \tau_m = \frac{1}{2} \frac{T}{W_K}$$

Суммарные коэффициенты, учитывающие влияние всех факторов на сопротивления усталости:

$$K_{\sigma} = \left(\frac{K_{\delta}}{\varepsilon} + K_{F'} - 1 \right) \frac{1}{K_{F'}}; K_{\tau} = \left(\frac{K_{\tau}}{\varepsilon} + K_{F'} - 1 \right) \frac{1}{K_{F'}}$$

В приведенных формулах:

$K_{F'}$ -коэффициент влияния шероховатости поверхности;

$\psi_{\sigma} = 0,02 + 0,002\sigma_{\sigma}$; $\psi_{\tau} = 0,5\psi_{\sigma}$, где σ_{σ} в МПа\$

σ_{-1}, τ_{-1} —предел выносливости при изгибе и соответственно при кручении при симметричном цикле;

ε —масштабный фактор;

K_{σ}, K_{τ} —эффективный коэффициент концентрации напряжений при изгибе и соответственно при кручении;

K_V —коэффициент упрочнения, вводимый для валов с поверхностным упрочнением;

$\psi_{\sigma}, \psi_{\tau}$ —коэффициенты, характеризующие чувствительность материала к асимметрии напряжений.

Если вал работает в условиях нестационарных нагрузжений, то расчёт ведётся по эквивалентному напряжению $\sigma_{\text{э}}$, действие которого эквивалентно действию всего комплекса фактических напряжений

$$\sigma_{\text{э}} = \sqrt[m]{\frac{1}{N_0 a} \sum \sigma_i^m n_{i\text{ц}}} \leq \sigma_{\text{MAX}}$$

где N_0 —число циклов, $N_0 = 5 * 10^6 \div 10^7$

$n_{\text{ц}}$ —общее число циклов нагружений при напряжении σ_i , $n_{\text{ц}} = 60 n_{\text{д}} i$

m —показатель степени кривой усталости $m=9$ -легированные стали, $m=6$ -углеродистые стали

$K_{\sigma} m = 18 \div 20$ —эмпирическая зависимость

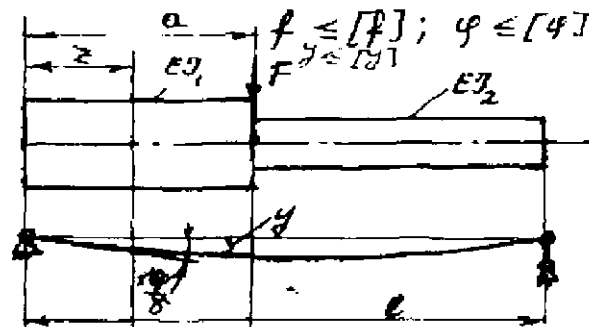
a —коэффициент сопротивления перегрузкам, $a \leq 1$

σ_{MAX} —напряжения в вале при максимально длительно действующей нагрузке, учитываемой в настоящем расчёте.

По $\sigma_{\text{э}}$, производят проверку запаса прочности по приведённым формулам.

В качестве минимально допустимого можно принимать $[S] \geq 1,5 \div 2,0$, если нагрузки и напряжения определены достаточно точно.

4.6. Расчёт на жёсткость



Если вал (стержень) имеет небольшое число участков с различной жёсткостью, и к балке приложена сила \$F\$ в точке \$z=a\$. Если \$F=1\$ (единичная сила) и балке сообщить некоторый дополнительный прогиб \$y\$, то работа внешней силы будет \$[y(a)*1]\$ - равна работе внутренних сил упругости. Изгибающий момент в сечении стержня от действия единичной силы \$M_1(z)\$,

\$d(\varphi)\$ — поворот двух близких сечений (относительный) возникший в результате дополнительного прогиба \$y\$ балки.

Работа внутренних сил (работа деформации):

$$A_{вн} = \int_0^l M_1(z) d\varphi = \int_0^l M_1(z) \frac{d\varphi}{dz} dz$$

Приравнявая работы внешних и внутренних сил:

$$y(a) \cdot 1 = \int_0^l M_1(z) \frac{d\varphi}{dz} dz$$

Для внешней нагрузки:

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{M(z)}{EI_x(z)}$$

Где \$M(Z)\$ — изгибающий момент в сечении от действия внешней нагрузки.

Подставляя, получим

$$y(a) = \int_0^l \frac{M_1(z)M(z)}{EI_x(z)} dz$$

- интеграл Мора.

Следовательно, чтобы найти прогиб в данном сечении стержня нужно приложить единичную силу в этом сечении, определить изгибающий момент \$M(Z)\$ единичной силы и вычислить интеграл Мора.

Аналогично для определения угла поворота:

$$\varphi(a) = \int_0^l \frac{M_1(z)M(z)}{EI_x(z)} dz$$

в этом равенстве \$M_1(Z)\$ — изгибающий момент в сечении стержня от действия единичного момента.

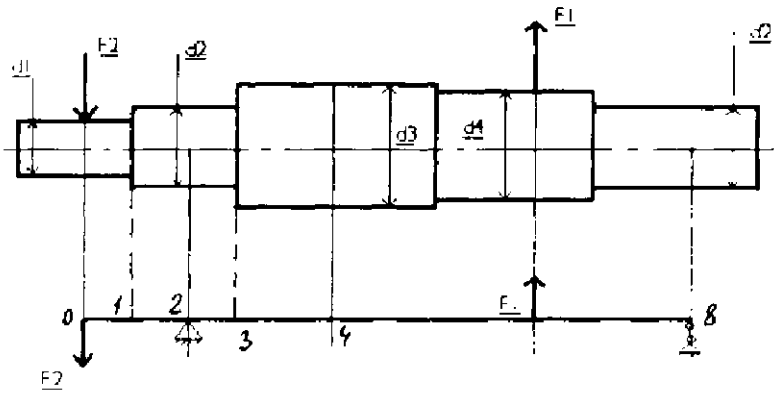
Интеграл Мора, в пределах участков, равен произведению площади эпюры моментов от внешних сил на ординату эпюры от единичной нагрузки в сечении, соответствующем центру тяжести этой площади, делённому на жёсткость стержня на изгиб (правило Верещагина).

Эпюра изгибающего момента от единичной нагрузки должна быть в виде одной прямой линии.

Изгибающий момент от внешней нагрузки в пределах участка должен иметь один знак.

Жёсткость стержня на изгиб в пределах участка должна быть постоянна.

При большом числе участков различной жёсткости целесообразно применять табличный метод расчёта по приведённым формулам.



Параметр	Значение параметров в сечениях			
	0	1	2	8
$z, \text{ мм}$				
$d, \text{ мм}$				
$I_x, \text{ мм}^4$				
$M(z), \text{ Н мм}$				
$M_1(z), \text{ Н мм}$				
$M_1(z)M(z)/EI$				

Интеграл Мора вычисляется по правилу трапеции

$$\varphi = \int_0^l \frac{M(z)M_1(z)}{EI(z)} dz = \Delta \left(\frac{M(0)M_1(0)}{2EI(0)} + \sum_{i=1}^2 \frac{M(z_i)M_1(z_i)}{EI(z_i)} + \frac{M(L)M_1(L)}{2EI(L)} \right)$$

где Δ —длина между сечениями

Наибольший прогиб для зубчатых колёс $[f] \approx 0.01m - 0.005$

Цилиндр. Конич.

$$f_{\text{max}} \leq [f] = 0.0002L$$

в опоре $f_{\text{max}} \leq (0.001 + 0.008) \text{ рад} \quad (3 \div 24)$

4.7. Расчёт валов на колебания

Самостоятельные колебания отдельных валов (передаточных) (валов коробок-передач) не играют существенной роли в динамике машин и отдельно их не рассматривают.

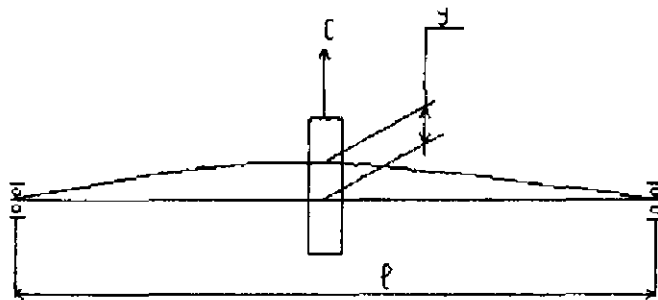
Колебания коренных валов с присоединенными узлами и опорами (роторов турбин, коленчатых валов ДВС, шпинделей станков с обрабатываемыми деталями) могут иметь определяющее значение.

Ведут расчёт частот собственных колебаний для предотвращения резонанса колебаний (совпадения или кратность частоты возмущающих сил и собственной частоты колебаний).

В валах наблюдаются:

- поперечные или изгибные колебания;
- угловые или крутильные колебания;
- изгибно-крутильные колебания.

Если вал прогнулся от действия веса на "у" то при вращении на диск действует центробежная сила и сила упругости:



вал вращается с частотой "w"

$$C = w^2 m y \quad F = \frac{1}{\alpha} y$$

где m-масса диска

α —прогиб среднего сечения вала от действию единичной силы ;

$$\alpha = \frac{l^3}{48EI} ; K = \frac{1}{\alpha}$$

Устойчивость теряется при $C = F$ и частота вращения называется критической

$$W_K^2 m y = \frac{1}{\alpha} y$$

$$W_K = \sqrt{\alpha m}$$

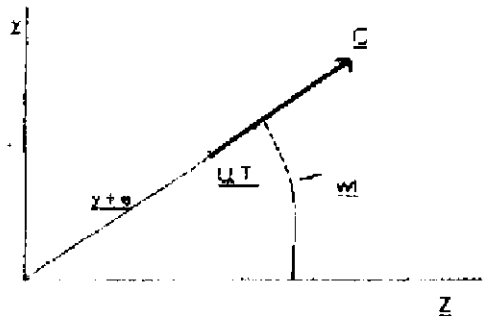
$$n_K = \frac{30 W_K}{\pi}$$

При смещении центра тяжести диска на величину e (эксцентриситет)

$$C = w^2 K m(y+e) F = (1/\alpha) y$$

Критическая частота находится из условия $C=F$. В действительных условиях опоры вовлекаются в колебания и при определении критической угловой скорости нужно учитывать упругость опор и учитывать гироскопический эффект диска и массу вала.

Частоты собственных колебаний валов:



ось вращения вала.

По осям “y” и “z” $C_y = C \cdot \sin wt$, $C_z = C \cos wt$

Частота собственных колебаний

$$\omega_c = \sqrt{g / y_{cm}}$$

где y_{cm} -статический прогиб вала от действия силы тяжести диска.

Амплитуда вынужденных колебаний:

$$y_{cm} = \frac{C}{m(W_c^2 - W^2)} \sin Wt$$

где W_c -круговая частота свободных колебаний системы.

При $W > W_c$ амплитуда меняет свой знак.

$$W_c = W_k$$

Полная амплитуда:

$$r = \sqrt{y^2 + z^2} = \frac{C}{m(W_c^2 - W^2)} = \frac{W^2}{W_c^2 - W^2} e$$

при $\sin^2 wt + \cos^2 wt = 1$; $C = mw^2 e$

Центр тяжести несбалансированной массы, приближается к геометрической оси вращения.

1. Поперечные колебания однородных валов

$$f = a_n \sqrt{\frac{gEI}{Wl^3}}, n = 1, 2, 3$$

Наибольшее распространение имеют расчёты основных частот колебаний. Основная частота собственных колебаний валов и осей определяется по формуле для валов переменного сечения:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g \sum iy_i}{\sum Wiy_i^2}}$$

где W_i -вес насаженных на вал деталей и отдельных участков вала;

y_i -прогибы вала от всей нагрузки (с учётом упругих перемещений в опорах) в сечениях действия W_i ;

g -ускорение силы тяжести.

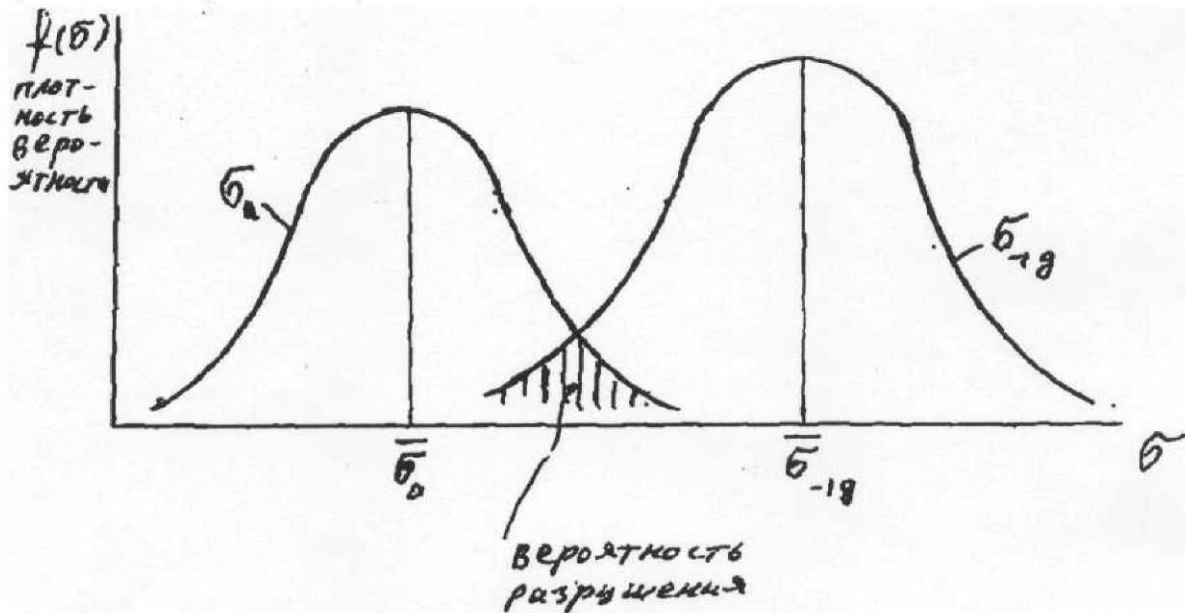
Основными возмущающими силами являются силы от неуравновешенности вращающихся деталей, частота действия которых равна частоте вращения валов. При совпадении или кратности частот собственных колебаний валов с частотой их вращения наступает резонанс. Соответствующие частоты вращения валов носят название критических.

$n_k - 60f$ об/мин

где f -частота собственных поперечных колебаний, Гц.

Большинство валов работает в дорезонансной зоне (повышают их жёсткость и, следовательно, собственные частоты колебаний).

Вероятностный расчёт на прочность валов.



Условие неразрушения вала с заданной вероятностью (характеризуемой квантилью нормального распределения) U_p .

Квантилем, отвечающим заданному уровню вероятности P , называют такое значение $X=X_P$, при котором функция распределения принимает значение, равное P то есть $P(X_P)=P$.

$$\sigma_{-1D} - \sigma_a + U_p S = 0$$

где $\sigma_{-1D} - \sigma_a$ - средние значения амплитуды напряжений и предела выносливости.

$$S = \sqrt{S_{-1D}^2 + S_a^2}$$

где S_{-1D}, S_a - средние квадратические отклонения предела выносливости и амплитуды напряжений.

При проверочных расчетах из условия неразрушения определяют квантиль:

$$U_p = -\frac{\overline{\sigma_{-1D}} - \overline{\sigma_a}}{S} = \frac{\overline{\sigma_{-1D}} - \overline{\sigma_a}}{\sqrt{S_{-1D}^2 + S_a^2}}$$

а по нему определяют вероятность неразрушения таблиц.

Если

$$n = \frac{\overline{\sigma_{-1D}}}{\overline{\sigma_a}}$$

тогда:

$$U_p = -\frac{\frac{\overline{\sigma_{-1D}}}{\overline{\sigma_a}} - 1}{\sqrt{\frac{S_{-1D}^2 + S_a^2}{\overline{\sigma_a}^2}}} = \frac{1-n}{\sqrt{\frac{\overline{\sigma_{-1D}}^2}{\overline{\sigma_a}^2} * \frac{S_{-1D}^2}{\overline{\sigma_{-1D}}^2} + \frac{S_a^2}{\overline{\sigma_a}^2}}} = \frac{1-n}{\sqrt{n^2 v_{-1D}^2 - v_a^2}}$$

где коэффициент вариации: $v_{-1D} = S_{-1D} / \overline{\sigma_{-1D}}$ и $v_a = S_a / \overline{\sigma_a}$

Эта формула справедлива, если σ_{-1D} и σ_a распределены нормально и независимо. В случае, каких-либо других законов распределения величин σ_{-1D} и σ_a обозначив $Z = \sigma_{-1D}$ и $y = \sigma_a$, то вероятность разрушения вала изменяется согласно теории вероятности:

$$P_{PA3} = P(z - y < 0) = \int_0^{\infty} f_y \Phi_z(y) dy$$

где f_y – плотность распределения величины $y = \sigma_a$;

$\Phi_z(y)$ – интегральная функция распределения величины $z = \sigma$, взятая при значении $z = y = \sigma_a$ т.е.

$$\Phi_z(y) = \Phi_z(\sigma_a) = \int_b^a f_z(z) dz$$

здесь f_z – плотность распределения величины $z = \sigma_{-1D}$

При проектном расчёте следует задаваться вероятностью разрушения, по таблицам определить квантиль U_p и по ней коэффициент безопасности n

Коэффициент вариации предела выносливости

$$V_m^2 = V_{\sigma_{\max}}^2 + V_{-m0}^2 + V_a^2$$

Из накопленных опытных данных V_{-1D} и V_a берутся для валов различных конфигураций по различным формулам.