ОПД.Ф.02.04 ДЕТАЛИ МАШИН
РАСЧЕТ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ
Методические указания с примерами расчетов

Пример проектировочного расчета конической передачи с круговыми зубьями.

Задание на расчет

Выполнить расчет конической зубчатой передачи с круговыми зубьями для одноступенчатого редуктора с моментом на выходе $T_2 = 900$ Н.м., у которого частоты вращения входного и выходного валов соответственно $n_1 = 210$ об/мин, $n_2 = 70$ об/мин.

Передачу спроектировать нереверсивной. Время безотказной работы $t = 10000$ часов в тяжелом режиме нагружения.

Зубчатые колеса изготовить из стали, закаленными по поверхности до твердости $HRC\ 45-50$.

В качестве материала взять сталь 40Х, термообработка типа «улучшение» с последующей закалкой ТВЧ по контуру до заявленной твердости.

Параметры исходного контура инструмента принять:

$h_a^* = 1$ - относительная высота головки зуба;

$h_f^* = 1$ - относительная высота ножки зуба;

$c = 0{,}25$ - относительный радиальный зазор;

$\alpha = 20^0$ - угол профиля рейки, при нарезании колес.

Проектировочный расчет передач

Исходные данные расчета конического редуктора с круговым зубом совпадают с аналогичными данными передачи с прямыми зубьями рассмотренного ранее в части определения допускаемых напряжений. По этой причине расчет допускаемых напряжений по изгибу и по контакту не имеет смысла повторять, а воспользоваться при этом результатами предыдущего примера, а именно:

допускаемое напряжения усталостной прочности по контакту принимаем
$\sigma_{Ha} = 840$ МПа;

допускаемые напряжения усталостной прочности по напряжениям изгиба
для шестерни $\sigma_{Fa1} = 371$ МПа;
для колеса $\sigma_{Fa2} = 420$ МПа;

Расчет геометрии из условия прочности по контактным напряжениям.

Передаточное отношение $u = n_1 / n_2 = 210/70 = 3$

На этапе проектировочного расчета, принимаем
$K_{Hv} = 1{,}0$.

Значение $K_{H\beta}$ можно получить уже на этапе проектировочного расчета, задавшись предварительно конструктивным коэффициентом $K_{be} = 0{,}275$. Для случая консольного расположения шестерни относительно опор можно получить $\psi_{bd} = b/d_1 = K_{be}\dfrac{\sqrt{1+u^2}}{2} = 0{,}275\dfrac{\sqrt{1+3^2}}{2} = 0{,}435$ и используя данные (табл. 7.1.4) получаем,

$$K_{H\beta} = 1{,}0 + 0{,}766\psi_{bd} = 1{,}0 + 0{,}766 \cdot 0{,}435 = 1{,}333$$

Аналогично можно определить значение коэффициента концентрации нагрузки при расчете на изгиб. Согласно (табл. 7.1.4) ,запишем

$$K_{F\beta} = 1{,}0 + 1{,}2\psi_{bd} = 1{,}0 + 1{,}2 \cdot 0{,}435 = 1{,}522$$

Внешнее конусное расстояние из условия прочности по контактным напряжениям (7.2.29), (7.2.31)

Внешний диаметр колеса из расчета прочности по контактным напряжениям $d_{e2} = 970\sqrt[3]{\dfrac{T_2 u K_{H\beta} K_{Hv}}{\vartheta_H (1-0{,}5K_{be})^2 K_{be}\sigma_{Ha}^2}} = 970\sqrt[3]{\dfrac{900\cdot 3\cdot 1{,}333\cdot 1}{1{,}26(1-0{,}5\cdot 0{,}275)^2 0{,}275\cdot 840^2}} = 262{,}49$ мм,

где

$\vartheta_H = 0{,}81+0{,}15u = 1{,}26 \quad d_{e1} = d_{e2}/u = 262{,}49/3 = 87{,}496$

Внешнее конусное расстояние конического зацепления и рабочая ширина колес

$R_e = \sqrt{\dfrac{d_{e1}^2}{4}+\dfrac{d_{e2}^2}{4}} = \sqrt{\dfrac{87{,}496^2}{4}+\dfrac{262{,}49^2}{4}} = 138{,}34$ мм $\quad b = R_e K_{be} = 138\cdot 0{,}275 = 37{,}95$

Определение внешнего модуля

Для обеспечения геометрических и технологических условий изготовления конических передач количество зубьев шестерни вычислять по рекомендованной формуле

$$z_1 = \sqrt{\left[22-9\lg(u)+\left(\frac{16}{u}-22\right)\sin^2\beta_n\right]^2+(6{,}25-4\lg u)\frac{d_{e1}^2}{645}},$$

тогда после подстановки

$$z_1 = \sqrt{\left[22-9\lg(3)+\left(\frac{16}{3}-22\right)\sin^2 35^0\right]^2+(6{,}25-4\lg 3)\frac{87{,}496^2}{645}} = 15{,}52$$

окончачельно принимаем $z_1 = 15$

Расчетное значение внешнего окружного модуля $m_{te1} = \dfrac{d_{e1}}{z_1} = \dfrac{87{,}495}{15} = 5{,}833$

Окончательно принимаем значение из нормального ряда $m_{te} = 6$

После этого уточним диаметры колес, а именно

$d_{e1} = 6\cdot 15 = 90 \quad z_2 = 15\cdot 3 = 45 \quad d_{e2} = m_{te}z_2 = 6\cdot 45 = 270$ мм

Уточняем значение конусного расстояния

$R_e = \sqrt{\dfrac{d_{e1}^2}{4}+\dfrac{d_{e2}^2}{4}} = \sqrt{\dfrac{90^2}{4}+\dfrac{270^2}{4}} = 142{,}3$ мм $\quad b = R_e K_{be} = 142{,}3\cdot 0{,}275 = 39{,}1$ мм

принимаем $b = 40$ мм

Среднее конусное расстояние

$R = R_e - 0{,}5b = 142{,}3 - 0{,}5\cdot 40 = 122{,}3$ мм

Средний окружной модуль

$m = m_e R/R_e = 6\cdot 122{,}3/142{,}3 = 5{,}16$ мм

Нормальный модуль передачи

с круговым зубом

$d_1 = m\cdot z_1 = 5{,}16\cdot 15 = 77{,}4$ мм $\quad d_2 = m\cdot z_1 = 5{,}16\cdot 45 = 232{,}2$ мм

Углы делительного конуса конической шестерни

$\delta_1 = \arctan(1/u) = \arctan(1/3) = 18^0 26'$

колеса

$\delta_2 = 90^0 - 18^0 26' = 71^0 34'$

Выбор коэффициента смещения инструмента (7.2.12) равносмещенной передачи

$x_{n1} = 2(1-1/u^2)\sqrt{\cos^3\beta_n/z_1} = 2(1-1/3^2)\sqrt{\cos 35^0/15} = 0{,}42$

$x_{n2} = -0{,}42$

Расчет коэффициента динамичности нагрузки и напряжений
(случай прямозубого зацепления)

Линейная окружная скорость $v = \dfrac{\pi d_1 n_1}{60 \cdot 1000} = \dfrac{3{,}1416 \cdot 82{,}08 \cdot 210}{60 \cdot 1000} = 0{,}91$ м/сек

По скорости можно выбрать рекомендованное значение степени точности(7.1.60)

$Np = \mathrm{int}(10{,}1 - 0{,}2v) = \mathrm{int}(10{,}1 - 0{,}2 \cdot 0{,}91) = 9$

Поскольку степень точности ниже 8 не используется, то задаем граничное ее значение $Np = 8$

Определение коэффициентов динамичности нагрузки при расчете контактных напряжений K_{Hv} (7.1.62) и напряжений изгиба K_{Fv} (7.1.64)

$$K_{Hv} = 1 + \frac{\omega_{Hv} b \cdot d_1}{2000 T_1 K_{H\beta}},$$

$$K_{Fv} = 1 + \frac{\omega_{Fv} b \cdot d_1}{2000 T_1 K_{F\beta}}$$

где

$$\omega_{Hv} = \delta_H g_{OH} v \sqrt{\frac{d_1 + d_2}{2u}} = 0{,}014 \cdot 61 \cdot 0{,}91 \cdot \sqrt{\frac{82{,}08 + 254{,}88}{2 \cdot 3}} = 8{,}67$$ ф-ла (7.1.63)

$$\omega_{Fv} = \delta_F g_{OF} v \sqrt{\frac{d_1 + d_2}{2u}} = 0{,}016 \cdot 61 \cdot 0{,}91 \cdot \sqrt{\frac{82{,}08 + 254{,}88}{2 \cdot 3}} = 9{,}91$$ ф-ла (7.1.65)

Значения коэффициентов $\delta_H, \delta_{F,} g_{OH,} g_{OF}$ следует взять из таблицы. 7.1.6а,таблицы 7.1.6b, тогда

$$K_{Hv} = 1 + \frac{8{,}67 \cdot 42 \cdot 82{,}08}{2000 \cdot 300 \cdot 1{,}333} = 1{,}04$$

$$K_{Fv} = 1 + \frac{9{,}91 \cdot 42 \cdot 82{,}08}{2000 \cdot 300 \cdot 1{,}522} = 1{,}04$$

Расчет коэффициента динамичности нагрузки и напряжений
(случай зацепления колес с круговым зубом)

Линейная окружная скорость $v = \dfrac{\pi d_1 n_1}{60 \cdot 1000} = \dfrac{3{,}1416 \cdot 77{,}4 \cdot 210}{60 \cdot 1000} = 0{,}85$ м/сек

По скорости можно выбрать рекомендованное значение степени точности(7.1.60)

$Np = \mathrm{int}(10{,}1 - 0{,}12v) = \mathrm{int}(10{,}1 - 0{,}12 \cdot 0{,}85) = 9$

Поскольку степень точности ниже 8 не используется, то задаем граничное ее значение $Np = 8$

Определение коэффициентов динамичности нагрузки при расчете контактных напряжений K_{Hv} (7.1.62) и напряжений изгиба K_{Fv} (7.1.64)

$$K_{Hv} = 1 + \frac{\omega_{Hv} b \cdot d_1}{2000 T_1 K_{H\beta}}, \qquad K_{Fv} = 1 + \frac{\omega_{Fv} b \cdot d_1}{2000 T_1 K_{F\beta}}$$

где

$$\omega_{Hv} = \delta_H g_{OH} v \sqrt{\frac{d_1 + d_2}{2u}} = 0{,}004 \cdot 61 \cdot 0{,}85 \cdot \sqrt{\frac{77{,}4 + 233{,}2}{2 \cdot 3}} = 1{,}49$$ ф-ла (7.1.63)

$$\omega_{Fv} = \delta_F g_{OF} v \sqrt{\frac{d_1 + d_2}{2u}} = 0{,}006 \cdot 61 \cdot 0{,}85 \cdot \sqrt{\frac{77{,}4 + 233{,}2}{2 \cdot 3}} = 2{,}23$$ ф-ла (7.1.65)

Значения коэффициентов $\delta_H, \delta_F, g_{OH}, g_{OF}$ следует взять из таблицы. 7.1.6a,таблицы 7.1.6b, тогда

$$K_{Hv} = 1 + \frac{1{,}49 \cdot 33 \cdot 77{,}4}{2000 \cdot 300 \cdot 1{,}333} = 1{,}005$$

$$K_{Fv} = 1 + \frac{2{,}23 \cdot 33 \cdot 77{,}4}{2000 \cdot 300 \cdot 1{,}522} = 1{,}006$$

Проверка прочности по контактным напряжениям (7.2.30)

Проверка сводиться к определению величины напряжений в контакте зубьев (7.1.81) и сравнению полученных значений с допускаемыми напряжениями

$$\sigma_H = \frac{30000}{\left(1 - 0{,}5K_{be}\right)}\sqrt{\frac{T_2 u K_{H\beta} K_{Hv}}{\vartheta \cdot d_{e2}^3 K_{be}}} = \frac{30000}{\left(1 - 0{,}5 \cdot 0{,}281\right)}\sqrt{\frac{900 \cdot 3 \cdot 1{,}33 \cdot 1{,}005}{1{,}26 \cdot 270^3 \cdot 0{,}281}} = 794 < 840 \text{ МПа}$$

где $K_{be} = b / R_e = 40 / 142{,}3 = 0{,}281$

$\vartheta = 0{,}81 + 0{,}15u = 0{,}81 + 0{,}15 \cdot 3 = 1{,}26$

Проверка усталостной прочности по напряжениям изгиба (случай расчета передач с круговым зубом)

Определение приведенного числа зубьев (7.1.101)

шестерни

$$z_{V1} = \frac{z_1}{\cos\delta_1 \cos^3\beta_n} = \frac{15}{\cos\left(18^0 26^1\right)\cos^3 35^0} = 28$$

колеса

$$z_{V2} = \frac{z_2}{\cos\delta_2 \cos^3\beta_n} = \frac{45}{\cos(71^0 34^1)\cos^3 35^0} = 256$$

Определение коэффициента формы зуба(7.1.91)

шестерни

$$Y_{F1} = 3{,}6\left(1 - \frac{2{,}8 \cdot 0{,}42 + 0{,}93}{28} + \frac{112 \cdot 0{,}42^2 - 154 \cdot 0{,}42 + 71}{28^2}\right) = 3{,}45$$

колеса

$$Y_{F2} = 3{,}6\left(1 - \frac{2{,}8(-0{,}42) + 0{,}93}{256} + \frac{112(-0{,}42)^2 - 154(-0{,}42) + 71}{256^2}\right) = 3{,}6$$

Расчет напряжений изгиба (7.1.101) и проверка изгибной прочности зубьев

$$\sigma_F = \frac{2000 T_2 K_{F\beta} K_{Fv} Y_F}{\vartheta_F d_2 bm},$$

$\vartheta_F = 0{,}65 + 0{,}11u = 0{,}98$

шестерни

$$\sigma_{F1} = \frac{2000 T_2 K_{F\beta} K_{Fv} Y_{F1}}{\vartheta_F d_2 bm} = \frac{2000 \cdot 900 \cdot 1{,}522 \cdot 1{,}006 \cdot 3{,}45}{0{,}98 \cdot 232{,}2 \cdot 40 \cdot 5{,}16} = 186{,}5 < \sigma_{Ha1} = 371 \text{ МПа}$$

колеса

$$\sigma_{F2} = \frac{2000 T_2 K_{F\beta} K_{Fv} Y_{F2}}{\vartheta_F d_2 bm} = \frac{2000 \cdot 900 \cdot 1{,}522 \cdot 1{,}006 \cdot 3{,}6}{0{,}98 \cdot 232{,}2 \cdot 40 \cdot 5{,}16} = 211{,}24 < \sigma_{Ha2} = 420 \text{ МПа}$$

Условие прочности на изгиб оказывается выполненным.

Условные обозначения и основные формулы геометрического расчета параметров ортогональной конической передачи с круговыми зубьями, изготовленными по форме 1

Параметр		***Обозначения и расчетные формулы***
1. Число зубьев плоского колеса		$z_s = \sqrt{z_1^2 + z_2^2} = \sqrt{15^2 + 45^2} = 47{,}43$
2. Среднее конусное расстояние		$R = 122{,}3$ **мм**
3. Внешнее конусное расстояние		$R_e = 0{,}5 m_{te} z_s = 138{,}34$ **мм**
4.Ширина зубчатого венца		$b = 40$ мм
5. Коэффициент ширины		$K_{be} = b / R_e = 40/138{,}34 = 0{,}289$
6. Средний нормальный модуль зубьев		$m_n = (m_{te} R / R_e)\cos\beta_n = 6 \cdot 122{,}3/142{,}3 \cdot \cos 35^0 = 4{,}224$ **мм**
7. Передаточное число		$u = z_2 / z_1 = 45/15 = 3$
8. Угол делительного конуса	Шестерня	$\delta_1 = 18^0 26'$
	Колесо	$\delta_2 = 71^0 34'$
9. Коэффициент смещения	Шестерня	$x_{n1} = 0{,}42$
	Колесо	$x_{n2} = -0{,}42$
10. Внешний окружной модуль при заданном		$m_{te} = 6$
11. Высота ножки зуба в среднем сечении, мм	Шестерня	$h_{f1} = (h_a^* + c^* - x_{n1}) m_n = (1 + 0{,}25 - 0{,}42) \cdot 4{,}224 = 3{,}506$
	Колесо	$h_{f2} = (h_a^* + c^* - x_{n2}) m_n = (1 + 0{,}25 + 0{,}42) \cdot 4{,}224 = 7{,}05$
12. Нормальная толщина зуба в расчетном сечении	Шестерня	$s_{n1} = (0{,}5\pi + 2 x_{n1} tg\alpha_n) m_n$
	Колесо	$s_{n2} = \pi\ m_n - s_{n1}$
15. Угол ножки зубьев	Шестерня	$tg\theta_{f1} = h_{f1} / R$
	Колесо	$tg\theta_{f2} = h_{f2} / R$
16. Угол головки зубьев	Шестерня	$\theta_{a1} = \theta_{f2}$
	Колесо	$\theta_{a2} = \theta_{f1}$

17. Увеличение высоты головки зуба при переходе от среднего сечения на внешний торец	Шестерня	$\Delta h_{ae1} = 0{,}5btg\theta_{a1}$
	Колесо	$\Delta h_{ae2} = 0{,}5btg\theta_{a2}$
18. Увеличение высоты ножки зуба при переходе от расчетного сечения на внешний торец	Шестерня	$\Delta h_{fe1} = 0{,}5btg\theta_{f1}$
	Колесо	$\Delta h_{fe2} = 0{,}5btg\theta_{f2}$
19. Высота головки зуба в расчетном сечении	Шестерня	$h_{a1} = \left(h_a^* + x_{n1}\right)m_n$
	Колесо	$h_{a2} = \left(h_a^* + x_{n2}\right)m_n$
20. Внешняя высота головки зуба	Шестерня	$h_{ae1} = h_{a1} + \Delta h_{ae1}$
	Колесо	$h_{ae2} = h_{a2} + \Delta h_{ae2}$
21. Внешняя высота ножки зуба	Шестерня	$h_{fe1} = h_{f1} + \Delta h_{fe1}$
	Колесо	$h_{fe2} = h_{f2} + \Delta h_{fe2}$
22. Внешняя высота зуба	Шестерня	$h_{e1} = h_{ae1} + h_{fe1}$
	Колесо	$h_{e2} = h_{ae2} + h_{fe2}$
23. Угол конуса вершин	Шестерня	$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_{a1}$
	Колесо	$\delta_{a2} = \delta_2 + \theta_{a2}$
24. Угол конуса впадин	Шестерня	$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_{f1}$
	Колесо	$\delta_{f2} = \delta_2 - \theta_{f2}$
25. Средний делительный диаметр	Шестерня	$d_1 = m_n z_1 / \cos\beta_n$
	Колесо	$d_2 = m_n z_2 / \cos\beta_n$
26. Внешний делительный диаметр	Шестерня	$d_{e1} = m_{te} z_1$
	Колесо	$d_{e2} = m_{te} z_2$
27. Внешний диаметр вершин	Шестерня	$d_{ae1} = d_{e1} + 2h_{ae1}\cos\delta_1$
	Колесо	$d_{ae2} = d_{e2} + 2h_{ae2}\cos\delta_2$
28. Расстояние от вершины до плоскости внешней окружности вершин зубьев	Шестерня	$B_1 = 0{,}5d_{e2} - h_{ae1}\sin\delta_1$
	Колесо	$B_2 = 0{,}5d_{e1} - h_{ae2}\sin\delta_2$
29. Коэффициент осевого перекрытия		$\varepsilon_\beta = \dfrac{b\sin\beta_n}{\pi\, m_n}$

Пример проектировочного расчета конической передачи с прямым зубом .

Выполнить параллельный расчет конических зубчатых передач с прямыми и круговыми зубьями для одноступенчатого редуктора с моментом на выходе $T_2 = 900$ Н.м., у которого частоты вращения входного и выходного валов соответственно $n_1 = 210$ об/мин, $n_2 = 70$ об/мин.

Передачу спроектировать не реверсивной. Время безотказной работы $t = 10000$ часов в тяжелом режиме нагружения.

Зубчатые колеса изготовить из стали, закаленными по поверхности до твердости $HRC\ 45-50$.

В качестве материала взять сталь 40Х термообработка улучшение с последующей закалкой ТВЧ по контуру до заявленной твердости.

Параметры исходного контура инструмента принять:

$h_a^* = 1$ - относительная высота головки зуба;

$h_f^* = 1$ - относительная высота ножки зуба;

$c = 0{,}25$ - относительный радиальный зазор;

$\alpha = 20^0$ - угол профиля рейки, при нарезании колес.

Проектировочный расчет передач.

Исходные данные расчета конического редуктора совпадают с аналогичными данными цилиндрического рассмотренного ранее в части определения допускаемых напряжений. По этой причине расчет допускаемых напряжений по изгибу и по контакту не имеет смысла повторять, а воспользоваться при этом результатами предыдущего примера, а именно:

допускаемое напряжения усталостной прочности по контакту принимаем $\sigma_{Ha} = 840$ МПа;

допускаемые напряжения усталостной прочности по напряжениям изгиба
для шестерни $\sigma_{Fa1} = 371$ МПа;
для колеса $\sigma_{Fa2} = 420$ МПа;

Расчет геометрии из условия прочности по контактным напряжениям.

Передаточное отношение $u = n_1 / n_2 = 210/70 = 3$

На этапе проектировочного расчета, принимаем
$K_{Hv} = 1{,}0$.

Значение $K_{H\beta}$ можно получить уже на этапе проектировочного расчета , задавшись предварительно конструктивным коэффициентом $K_{be} = 0{,}275$. Для случая консольного расположения шестерни относительно опор можно получить $\psi_{bd} = b/d_1 = K_{be}\dfrac{\sqrt{1+u^2}}{2} = 0{,}275\dfrac{\sqrt{1+3^2}}{2} = 0{,}435$ и используя данные (табл. 7.1.4) получаем,

$$K_{H\beta} = 1{,}0 + 0{,}766\psi_{bd} = 1{,}0 + 0{,}766 \cdot 0{,}435 = 1{,}333$$

Аналогично можно определить значение коэффициента концентрации нагрузки при расчете на изгиб. Согласно (табл. 7.1.4) ,запишем

$$K_{F\beta} = 1{,}0 + 1{,}2\psi_{bd} = 1{,}0 + 1{,}2 \cdot 0{,}435 = 1{,}522$$

Внешнее конусное расстояние из условия прочности по контактным напряжениям (7.2.29), (7.2.31)

Для случая расчета прямозубых передач

$$d_{e2}=970\sqrt[3]{\frac{T_2uK_{H\beta}K_{Hv}}{\vartheta_H\left(1-0{,}5K_{be}\right)^2K_{be}\sigma_{Ha}^2}}=970\sqrt[3]{\frac{900\cdot 3\cdot 1{,}333\cdot 1}{0{,}85\left(1-0{,}5\cdot 0{,}275\right)^2 0{,}275\cdot 840^2}}=299{,}27 \text{ мм},$$

где

$\vartheta_H=0{,}85$, $d_{e1}=d_{e2}/u=299{,}27/3=99{,}756$

Для передач с круговым зубом

$$d_{e2}=970\sqrt[3]{\frac{T_2uK_{H\beta}K_{Hv}}{\vartheta_H\left(1-0{,}5K_{be}\right)^2K_{be}\sigma_{Ha}^2}}=970\sqrt[3]{\frac{900\cdot 3\cdot 1{,}333\cdot 1}{1{,}26\left(1-0{,}5\cdot 0{,}275\right)^2 0{,}275\cdot 840^2}}=262{,}49 \text{ мм}$$

где

$\vartheta_H=0{,}81+0{,}15u=1{,}26$ $d_{e1}=d_{e2}/u=262{,}49/3=87{,}496$

Следовательно, внешнее конусное расстояние конического зацепления и рабочая ширина колес равны для прямозубой передачи

$$R_e=\sqrt{\frac{d_{e1}^2}{4}+\frac{d_{e1}^2}{4}}=\sqrt{\frac{99{,}756^2}{4}+\frac{299{,}27^2}{4}}=157 \text{ мм} \quad b=R_eK_{be}=157\cdot 0{,}275=43{,}17$$

Определение внешнего модуля

Для обеспечения геометрических и технологических условий изготовления конических передач количество зубьев шестерни вычислять по формуле, которая носит рекомендательный характер

$$z_1=\sqrt{\left[22-9\lg(u)+\left(\frac{16}{u}-22\right)\sin^2\beta_n\right]^2+\left(6{,}25-4\lg u\right)\frac{d_{e1}^2}{645}}$$

Для передач с прямым зубом

$$z_1=\sqrt{\left[22-9\lg 3\right]^2+\left(6{,}25-4\lg 3\right)\frac{99{,}756^2}{645}}=19{,}5 \text{ принимаем } z_1=19$$

Расчетное значение внешнего окружного модуля $m_{e1}=\dfrac{d_{e1}}{z_1}$

Для передачи с прямым зубом $m_{te}=\dfrac{99{,}756}{19}=5{,}25$,принимаем $m_{te}=5$

$d_{e1}=m_{te}z_1=5\cdot 19=95$ $z_2=19\cdot 3=59$ $d_{e2}=m_{te}z_2=5\cdot 59=295$

Следовательно внешнее конусное расстояние конического зацепления и рабочая ширина колес равны для прямозубой передачи

$$R_e=\sqrt{\frac{d_{e1}^2}{4}+\frac{d_{e2}^2}{4}}=\sqrt{\frac{95^2}{4}+\frac{295^2}{4}}=154{,}96 \text{ мм} \quad b=R_eK_{be}=154{,}96\cdot 0{,}275=42{,}6$$

принимаем $b=42$

Среднее конусное расстояние

$R=R_e-0{,}5b=154-0{,}5\cdot 42=133$ мм

Средний окружной модуль

$m=m_eR/R_e=5\cdot 133/154=4{,}32$ мм

Средние диаметры колес с прямым зубом

$d_1 = m \cdot z_1 = 4{,}32 \cdot 19 = 82{,}08$ мм $\quad d_2 = m \cdot z_2 = 4{,}32 \cdot 59 = 254{,}88$ мм

Углы делительного конуса конической шестерни

$\delta_1 = \arctan(1/u) = \arctan(1/3) = 18^0 26^1$

колеса

$\delta_2 = 90^0 - 18^0 26^1 = 71^0 34^1$

Выбор коэффициента смещения инструмента (7.2.12) равносмещенной передачи

Случай прямозубой передачи

$$x_{e1} = 2\left(1 - 1/u^2\right)\sqrt{\cos^3 \beta_n / z_1} = 2\left(1 - 1/3^2\right)\sqrt{1/19} = 0{,}4$$

$$x_{e2} = -0{,}4$$

Расчет коэффициента динамичности нагрузки и напряжений (случай прямозубого зацепления)

Линейная окружная скорость $v = \dfrac{\pi d_1 n_1}{60 \cdot 1000} = \dfrac{3{,}1416 \cdot 82{,}08 \cdot 210}{60 \cdot 1000} = 0{,}91$ м/сек

По скорости можно выбрать рекомендованное значение степени точности(7.1.60)

$Np = \mathrm{int}(10{,}1 - 0{,}2v) = \mathrm{int}(10{,}1 - 0{,}2 \cdot 0{,}91) = 9$

Поскольку степень точности ниже 8 не используется, то задаем граничное ее значение $Np = 8$

Определение коэффициентов динамичности нагрузки при расчете контактных напряжений K_{Hv} (7.1.62) и напряжений изгиба K_{Fv} (7.1.64)

$$K_{Hv} = 1 + \frac{\omega_{Hv} b \cdot d_1}{2000 T_1 K_{H\beta}},$$

$$K_{Fv} = 1 + \frac{\omega_{Fv} b \cdot d_1}{2000 T_1 K_{F\beta}}$$

где

$$\omega_{Hv} = \delta_H g_{OH} v \sqrt{\frac{d_1 + d_2}{2u}} = 0{,}014 \cdot 61 \cdot 0{,}91 \cdot \sqrt{\frac{82{,}08 + 254{,}88}{2 \cdot 3}} = 8{,}67 \qquad \text{ф-ла (7.1.63)}$$

$$\omega_{Fv} = \delta_F g_{OF} v \sqrt{\frac{d_1 + d_2}{2u}} = 0{,}016 \cdot 61 \cdot 0{,}91 \cdot \sqrt{\frac{82{,}08 + 254{,}88}{2 \cdot 3}} = 9{,}91 \qquad \text{ф-ла (7.1.65)}$$

Значения коэффициентов $\delta_H, \delta_F, g_{OH}, g_{OF}$ следует взять из таблицы. 7.1.6a,таблицы 7.1.6b, тогда

$$K_{Hv} = 1 + \frac{8{,}67 \cdot 42 \cdot 82{,}08}{2000 \cdot 300 \cdot 1{,}333} = 1{,}04$$

$$K_{Fv} = 1 + \frac{9{,}91 \cdot 42 \cdot 82{,}08}{2000 \cdot 300 \cdot 1{,}522} = 1{,}04$$

Определение коэффициента формы зуба(7.1.91)

шестерни

$$Y_{F1} = 3{,}6\left(1 - \frac{2{,}8 \cdot 0{,}4 + 0{,}93}{20} + \frac{112 \cdot 0{,}4^2 - 154 \cdot 0{,}4 + 71}{20^2}\right) = 3{,}47$$

колеса

$$Y_{F2} = 3{,}6\left(1 - \frac{2{,}8(-0{,}42) + 0{,}93}{309} + \frac{112(-0{,}42)^2 - 154(-0{,}42) + 71}{309^2}\right) = 3{,}6$$

Расчет напряжений изгиба (7.1.101) и проверка изгибной прочности зубьев

$$\sigma_F = \frac{2000 T_2 K_{F\beta} K_{Fv} Y_F}{\vartheta_F d_2 b m},$$

шестерни

$$\sigma_{F1} = \frac{2000 T_2 K_{F\beta} K_{Fv} Y_{F1}}{\vartheta_F d_2 b m} = \frac{2000 \cdot 900 \cdot 1{,}522 \cdot 1{,}04 \cdot 3{,}47}{0{,}85 \cdot 254{,}88 \cdot 42 \cdot 4{,}32} 251{,}51 < \sigma_{Ha1} = 371 \text{ МПа}$$

колеса

$$\sigma_{F2} = \frac{2000 T_2 K_{F\beta} K_{Fv} Y_{F2}}{\vartheta_F d_2 b m} = \frac{2000 \cdot 900 \cdot 1{,}522 \cdot 1{,}04 \cdot 3{,}6}{0{,}85 \cdot 254{,}88 \cdot 42 \cdot 4{,}32} = 260{,}15 < \sigma_{Ha2} = 420 \text{ МПа}$$

Условие прочности на изгиб оказывается выполненным.

Геометрический расчет передачи

Таблица 7.2.1

Условные обозначения и расчетные формулы для определения основных геометрических размеров ортогональных конических передач с прямыми зубьями

Параметр		***Обозначения и расчетные формулы***
1. Число зубьев плоского колеса		$z_s = \sqrt{z_1^2 + z_2^2} = \sqrt{19^2 + 59^2} = 62$
2. Внешний окружной модуль		$m_{te} = 5$ мм
3. Внешнее конусное расстояние		$R_e = 154{,}96$ мм
4. Ширина зубчатого венца		$b = 42$ мм
5. Коэффициент ширины зубчатого венца		$K_{be} = b/R_e = 43/154{,}96 = 0{,}28$
6. Среднее конусное расстояние		$R = R_e - 0{,}5b = 133$ мм
7. Средний окружной модуль		$m = m_{te} R / R_e = 4{,}32$ мм
8. Средний делительный диаметр	Шестерня	$d_1 = m z_1 = 82{,}08$ мм
	Колесо	$d_2 = m z_2 = 254{,}88$ мм
9. Передаточное число		$u = z_2/z_1 = 59/19 = 3{,}105$
10. Угол делительного конуса	Шестерня	$\delta_1 = a\tan(1/u) = 18^0 26'$
	Колесо	$\delta_2 = 90^0 - \delta_1 = 71^0 34'$
11. Коэффициент смещения	Шестерня	$x_1 = 0{,}4$ мм - по формуле (7.2.11)
	Колесо	$x_2 = -0{,}4$ мм
13. Внешняя высота головки зуба	Шестерня	$h_{ae1} = (1 + 0{,}4) \cdot 5 = 7$ мм
	Колесо	$h_{ae2} = (1 - 0{,}4) \cdot 5 = 3$ мм
14. Внешняя высота ножки зуба	Шестерня	$h_{fe1} = (1 + 0{,}2 - 0{,}4) \cdot 5 = 4$ мм
	Колесо	$h_{fe2} = (1 + 0{,}2 + 0{,}4) \cdot 5 = 8$ мм
15. Внешняя высота зуба	Шестерня	$h_{e1} = h_{ae1} + h_{fe1} = 7 + 4 = 13$ мм

	Колесо	$h_{e2} = h_{ae2} + h_{fe2} = 3 + 8 = 11$ мм
16. Внешняя окружная толщина зубьев	Шестерня	$s_{e1} = \left(0{,}5\pi + 2 \cdot 0{,}4 tg 20^0\right) \cdot 5 = 9{,}323$ мм
	Колесо	$s_{e2} = \left(0{,}5\pi - 2 \cdot 0{,}4 \cdot tg 20^0\right) \cdot 5 = 6{,}383$
17. Угол ножки зубьев	Шестерня	$\theta_{f1} = arctg(4/154{,}96) = 1^0 32$
	Колесо	$\theta_{f2} = arctg(8/154{,}96) = 2^0 3'$
18. Угол головки зубьев	Шестерня	$\theta_{a1} = \theta_{f2} = 2^0 3'$
	Колесо	$\theta_{a2} = \theta_{f1} = 1^0 32'$
19. Угол конуса вершин	Шестерня	$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_{a1} = 18^0 26' + 2^0 3' = 20^0 29'$
	Колесо	$\delta_{a2} = \delta_2 + \theta_{a2} = 71^0 34' + 1^0 32' = 73^0 6'$
20. Угол конуса впадин	Шестерня	$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_{f1} = 18^0 26' - 1^0 32' = 16^0 54'$
	Колесо	$\delta_{f2} = \delta_2 - \theta_{f2} = 71^0 34' - 2^0 3' = 69^0 31'$
21. Внешний делительный диаметр	Шестерня	$d_{e1} = m_e z_1 = 95$ мм
	Колесо	$d_{e2} = m_e z_2 = 295$ мм
22. Внешний диаметр вершин зубьев	Шестерня	$d_{ae1} = d_{e1} + 2h_{ae1} \cos\delta_1 = 95 + 2 \cdot 7 \cdot \cos 18^0 26' = 99{,}42$ мм
	Колесо	$d_{ae2} = d_{e2} + 2h_{ae2} \cos\delta_2 = 295 + 2 \cdot 3 \cos 71^0 34' =$
23. Расстояние от вершины конуса до плоскости вершин зубьев	Шестерня	$B_1 = 0{,}5 d_{e2} - h_{ae1} \sin\delta_1$
	Колесо	$B_2 = 0{,}5 d_{e1} - h_{ae2} \sin\delta_2$

Силы в зацеплении

Нагрузка в контакте зубчатых колес представляет собой нормальную силу, которая может быть представлена в виде трех составляющих, которые называются окружной F_t, радиальной F_r и осевой F_a проекциями.

Величины этих проекций можно определить по формулам (7.1.56),(7.1.57)

$$F_t = \frac{2000 T_2}{d_2} = \frac{2000 \cdot 900}{195} = 9230 \text{ Н}$$

$$F_r = \frac{F_t tg\alpha}{\cos\beta} = \frac{9230 \cdot tg\left(20^0\right)}{\cos\left(10{,}1^0\right)} = 3412 \text{ Н}$$

$$F_a = F_t tg\beta = 9230 \cdot tg(10{,}1) = 1647 \text{ Н}$$

Пример проектировочного расчета цилиндрической косозубой передачи наружного зацепления

Задание на расчет

Рассчитать зубчатую передачу одноступенчатого редуктора с моментом на выходе $T_2 = 900$ Н.м, частоты вращения входного и выходного валов которого равны соответственно $n_1 = 210$ об/мин и $n_2 = 70$ об/мин, т. е. передаточное число $u = 3$. Передачу спроектировать не реверсивной, симметричного расположения относительно опор. Время безотказной работы $t = 10000$ часов в тяжелом режиме нагружения.

Зубчатые колеса изготовить из стали, закаленными по поверхности до твердости $HRC\ 45 \div 50$.

В качестве материала взять сталь 40Х, термообработка типа «улучшение» с последующей закалкой ТВЧ по контуру до заявленной твердости.

В качестве параметров исходного контура инструмента принять:

$h_a^* = 1$ - высота головки зуба;

$h_f^* = 1$ - высота ножки зуба;

$c = 0{,}25 \quad \alpha = 20^0$ - радиальный зазор и угол профиля рейки при нарезании колес.

Проектировочный расчет передачи выполняется с целью определения ее геометрических размеров из условия прочности по контактным напряжениям и напряжениям изгиба, и начинается с определения допускаемых напряжений по контакту и по изгибу.

Везде далее в скобках даются ссылки на книгу В. В. Шелофаста «Основы проектирования машин», М:, Из-во АПМ, 2000.

Определение допускаемых напряжений

Числа циклов нагружения шестерни и колеса (7.1.104):

$N_1 = 60 n_1 t K_{n1} = 60 \cdot 210 \cdot 10000 \cdot 1 = 1{,}26 \cdot 10^7$,

$N_2 = 60 n_2 t K_{n2} = 60 \cdot 70 \cdot 10000 \cdot 1 = 0{,}42 \cdot 10^7$.

Показатель степени кривой выносливости при расчете прочности по контактным напряжениям (табл. 7.1.7): $m_H = 6$.

Показатель степени кривой выносливости при расчете прочности по контактным напряжениям: $m_F = 9$.

Коэффициенты приведения (табл. 7.1.7) при этом для тяжелого режима по контактным напряжениям $K_{He} = 0{,}5$, а по напряжениям изгиба $K_{Fe} = 0{,}2$.

Приведенное числа циклов нагружения по контактным напряжениям: $N_{He1} = K_{He} N_1 = 0{,}5 \cdot 1{,}26 \cdot 10^7 = 6{,}3 \cdot 10^6$; $N_{He2} = K_{He} N_2 = 0{,}5 \cdot 0{,}42 \cdot 10^7 = 2{,}1 \cdot 10^6$.

Приведенное число циклов нагружения по напряжениям изгиба:

$N_{Fe1} = K_{Fe} N_1 = 0{,}2 \cdot 1{,}27 \cdot 10^7 = 2{,}54 \cdot 10^6$; $N_{Fe2} = K_{Fe} N_2 = 0.2 \cdot 0.42 \cdot 10^7 = 0.84 \cdot 10^6$.

Пределы выносливости зубьев по контактным напряжениям для шестерни и колеса (табл. 7.1.9) и коэффициенты запаса выносливости для этих напряжений:

$\sigma_{H\lim 1} = 17 \cdot HRC_{1\min} + 200 = 17 \cdot 45 + 200 = 965$ МПа; $S_{H1} = 1{,}2$;

$\sigma_{H\lim 2} = 17 \cdot HRC_{2\min} + 200 = 17 \cdot 45 + 200 = 965$ МПа ; $S_{H2} = 1{,}2$.

Пределы выносливости зубьев по напряжениям изгиба шестерни и колеса (табл. 7.1.10):

$\sigma_{F\lim 1} = 600$ МПа ; $S_{F1} = 1{,}7$; $\sigma_{F\lim 1} = 600$ МПа; $S_{F2} = 1{,}7$.

Базовое число циклов нагружения для расчета прочности по контактным напряжениям:

$$N_{HG1} = 340 HRC_{1\lim}^{3{,}15} + 8\cdot 10^6 = 340\cdot 45^{3{,}15} + 8\cdot 10^6 = 8{,}16\cdot 10^6 ;$$

$$N_{HG2} = 340 HRC_{2\lim}^{3{,}15} + 8\cdot 10^6 = 340\cdot 45^{3{,}15} + 8\cdot 10^6 = 8{,}16\cdot 10^6 ;$$

$$N_{FG1} = 4\cdot 10^6 ; \quad N_{FG2} = 4\cdot 10^6 .$$

Допускаемые напряжения по контакту

$$\sigma_{Ha1} = \frac{\sigma_{H\lim 1}}{S_{H1}}\sqrt[6]{\frac{N_{HG1}}{N_{He1}}} = \frac{965}{1{,}2}\sqrt[6]{\frac{8{,}16\cdot 10^6}{6{,}3\cdot 10^6}} = 840 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{Ha2} = \frac{\sigma_{H\lim 2}}{S_{H2}}\sqrt[6]{\frac{N_{HG2}}{N_{He2}}} = \frac{965}{1{,}2}\sqrt[6]{\frac{8{,}16\cdot 10^6}{2{,}1\cdot 10^6}} = 1008 \text{ МПа}.$$

Допускаемое напряжение для расчета контактной прочности выбирается как минимальное из двух полученных, а именно

$\sigma_{Ha} = 840$ МПа;

Допускаемые напряжения прочности на изгиб

$$\sigma_{Fa1} = \frac{\sigma_{F\lim 1}}{S_{F1}}\sqrt[6]{\frac{N_{FG1}}{N_{Fe1}}} = \frac{600}{1{,}7}\sqrt[9]{\frac{4\cdot 10^6}{2{,}54\cdot 10^6}} = 371 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{Fa2} = \frac{\sigma_{F\lim 2}}{S_{F2}}\sqrt[9]{\frac{N_{FG2}}{N_{Fe2}}} = \frac{600}{1{,}7}\sqrt[6]{\frac{4\cdot 10^6}{0{,}84\cdot 10^6}} = 420 \text{ МПа};$$

Определение величины межосевого расстояния из расчета прочности по контактным напряжениям

На этапе проектировочного расчета ряд коэффициентов, значения которых мало отличаются от единицы, принимаем равными

$K_{Hv} = 1{,}0$; $K_{H\alpha} = 1{,}05$.

Значение $K_{H\beta}$ можно получить уже на этапе проектировочного расчета, задавшись предварительно конструктивным коэффициентом $\psi_{ba} = 0.4$. Для случая симметричного расположения шестерни относительно опор имеем $\psi_{bd} = b/d_1 = \psi_{ba}\dfrac{u+1}{2} = 0{,}4\dfrac{3+1}{2} = 0{,}8$ и, используя данные табл. 7.1.4, получаем

$$K_{H\beta} = 1{,}0 + 0{,}052\psi_{bd} = 1{,}0 + 0{,}052\cdot 0{,}8 = 1{,}04 .$$

Аналогично можно определить значение коэффициента концентрации нагрузки при расчете на изгиб. Согласно табл. 7.1.4 запишем

$$K_{F\beta} = 1{,}0 + 0{,}155\psi_{bd} = 1{,}0 + 0{,}155\cdot 0{,}8 = 1{,}124 .$$

С помощью (7.1.83) рассчитываем предварительное значение межосевого расстояния:

$$a = 430(u+1)\sqrt[3]{\frac{T_2 K_{H\beta} K_{Hv} K_{H\alpha}}{\psi_{ba} u^2 \sigma_{Ha}^2}} = 430(3+1)\sqrt[3]{\frac{900\cdot 1{,}04\cdot 1{,}0\cdot 1.05}{0{,}4\cdot 3^2\cdot 840^2}} = 125{,}33 \text{ мм}.$$

Полученную величину межосевого расстояния следует округлить либо до ближайшего значения из нормального ряда R20, либо до значения, оканчивающегося на нуль. Здесь мы принимаем $a = 130$ мм.

По известному межосевому расстоянию можно вычислить значение ширины колеса: $b_2 = a\cdot\phi_{ba} = 130\cdot 0.4 = 52$ мм.

Ширина шестерни принимается на несколько миллиметров бо́льшей ширины колеса, для того чтобы скомпенсировать возможные ошибки осевого положения, а именно

$$b_1 = b_2 + 4 = 52 + 4 = 56 \text{ мм.}$$

Предварительное значение диаметра колеса (7.1.18):

$$d_2 = \frac{2au}{u+1} = \frac{2 \cdot 130 \cdot 3}{3+1} = 195 \text{ мм.}$$

Определение значения модуля из расчета прочности по напряжениям изгиба

Ориентировочное значение модуля m_{no} можно найти с помощью (7.1.94), используя входящие в эту формулу усредненные значения коэффициентов.

Коэффициент динамичности нагрузки примем равным $K_{Fv} = 1$, тогда коэффициент нагрузки $K_F = K_{F\beta} K_{Fv} = 1{,}124 \cdot 1 = 1{,}124$.

Учет остальных коэффициентов можно осуществить, если ввести коэффициент K_m, равный $K_m = 3{,}5$ для косозубых и шевронных передач и $K_m = 5$ для цилиндрических передач с прямым зубом. Тогда

$$m_{no} = \frac{2000 \cdot T_2 K_m K_F}{b_2 d_2 \sigma_{Fa\min}} = \frac{2000 \cdot 900 \cdot 3{,}5 \cdot 1{,}124}{52 \cdot 195 \cdot 371} = 1{,}88 \text{ мм.}$$

В качестве значения модуля принимается величина из нормального ряда (табл. 7.1.2), удовлетворяющая условию $m_n \ge m_{no}$. В данном случае полагаем $m_n = 2$ мм.

Далее находим минимальное значение чисел зубьев. Прежде всего рассчитываем угол наклона зуба, исходя из обеспечения осевого перекрытия не менее 10-ти процентов, т. е. когда коэффициент осевого перекрытия равен $\varepsilon_\beta = 1{,}1$. Тогда из (7.1.52) получаем

$$\beta_{\min} = a\sin\left(3{,}5\frac{m_n}{b_2}\right) = a\sin\left(\frac{3{,}5 \cdot 2}{52}\right) = 7^0 42^1.$$

Суммарное число зубьев шестерни и колеса находится по формуле (табл. 7.1.3):

$$z_s = \frac{2a \cdot \cos\beta_{\min}}{m_n} = \frac{2 \cdot 130 \cdot \cos\left(7^0 42^1\right)}{2} = 128{,}8.$$

Значение z_s округляем до целого в сторону уменьшения, а именно $z_s = 128$, и рассчитываем число зубьев шестерни

$$z_1 = \frac{z_s}{u+1} = \frac{128}{3+1} = 32$$

и колеса

$$z_2 = z_s - z_1 = 128 - 32 = 96.$$

По принятым значениям чисел зубьев следует уточнить передаточное число

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{96}{32} = 3$$

и требуемое значение угла наклона зуба

$$\beta = a\cos\left(\frac{z_s m_n}{2a}\right) = a\cos\left(\frac{128 \cdot 2}{2 \cdot 130}\right) = 10^0 6^1.$$

Диаметры колес (7.1.18):

$$d_1 = \frac{2a}{u+1} = \frac{2 \cdot 130}{3+1} = 65 \text{ мм,} \quad d_2 = \frac{2a \cdot u}{u+1} = \frac{2 \cdot 130 \cdot 3}{3+1} = 195 \text{ мм.}$$

Передачу проектируем без смещения, полагая $x_1 = 0$ и $x_2 = 0$.

Расчет коэффициентов динамичности нагрузки

Далее переходим к определению *коэффициентов динамичности нагрузки*, значения которых зависят от скорости и степени точности изготовления передачи.

Линейная окружная скорость $v = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \cdot 1000} = \frac{3{,}1416 \cdot 65 \cdot 210}{60 \cdot 1000} = 0{,}71$ м/сек.

По скорости можно выбрать рекомендуемое значение степени точности Np (7.1.60):

$Np = \mathrm{int}(10{,}1 - 0{,}12v) = \mathrm{int}(10{,}1 - 0{,}12 \cdot 0{,}71) = 9$.

Поскольку степень точности ниже 8-й не используется, то задаем граничное значение $Np = 8$.

Коэффициенты динамичности нагрузки при расчете контактных напряжений K_{Hv} и напряжений изгиба K_{Fv} рассчитываются по формулам (7.1.62) и (7.1.64) соответственно:

$$K_{Hv} = 1 + \frac{\omega_{Hv} b \cdot d_1}{2000 T_1 K_{H\beta}}, \quad K_{Fv} = 1 + \frac{\omega_{Fv} b \cdot d_1}{2000 T_1 K_{F\beta}},$$

где

$$\omega_{Hv} = \delta_H g_{OH} v \sqrt{\frac{a}{u}} = 0{,}004 \cdot 56 \cdot 0{,}71 \cdot \sqrt{\frac{130}{3}} = 1{,}046 \qquad (7.1.63)$$

$$\omega_{Fv} = \delta_F g_{OF} v \sqrt{\frac{a}{u}} = 0{,}006 \cdot 56 \cdot 0{,}71 \cdot \sqrt{\frac{130}{3}} = 1{,}57 \qquad (7.1.65)$$

Значения коэффициентов $\delta_H, \delta_F, g_{OH}, g_{OF}$ следует взять из таблиц 7.1.6a,b. Тогда

$$K_{Hv} = 1 + \frac{1{,}046 \cdot 52 \cdot 65}{2000 \cdot 300 \cdot 1{,}04} = 1{,}006; \quad K_{Fv} = 1 + \frac{1{,}57 \cdot 52 \cdot 65}{2000 \cdot 300 \cdot 1{,}124} = 1{,}008.$$

Проверка прочности по контактным напряжениям

Проверка сводится к определению величины напряжений в контакте зубьев (7.1.81) и сравнению полученных значений с допускаемыми напряжениями:

$$\sigma_H = \sqrt{\left(\frac{430(u+1)}{a}\right)^3 \frac{T_2 K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{Hv}}{\psi_{ba} u^2}} = \sqrt{\left(\frac{430(3+1)}{130}\right)^3 \frac{900 \cdot 1{,}05 \cdot 1{,}04 \cdot 1{,}006}{0{,}4 \cdot 3^2}};$$

$\sigma_H = 797 < \sigma_{Ha}$.

Проверка усталостной прочности по напряжениям изгиба

Определение приведенного числа зубьев (7.1.101):

шестерни

$$z_{V1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{32}{\cos^3 (10^0 6^1)} = 33{,}54;$$

колеса

$$z_{V2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{96}{\cos^3 (10^0 6^1)} = 100{,}6.$$

Определение коэффициента формы зуба (7.1.91):

$$Y_{F1} = 3{,}6 \left(1 - \frac{2{,}8x + 0{,}93}{z_V} + \frac{112x^2 - 154x + 71}{z_V^2}\right).$$

Тогда для шестерни и колеса соответственно получаем:

$$Y_{F1} = 3{,}6\left(1 - \frac{0{,}93}{33{,}54} + \frac{71}{33{,}54^2}\right) = 3{,}72\,;\quad Y_{F2} = 3{,}6\left(1 - \frac{0{,}93}{100{,}6} + \frac{71}{100{,}6^2}\right) = 3{,}39\,.$$

Расчет напряжений изгиба (7.1.102) и проверка изгибной прочности зубьев:

$\sigma_F = \dfrac{1000T_2(u+1)K_{F\beta}K_{Fv}K_{F\alpha}Y_FY_\varepsilon}{aubm}$, где коэффициент учета осевого перекрытия Y_β определяется по формуле (7.1.103), а именно $Y_\beta = 1 - \beta/140 = 1 - 10{,}1/140 = 0.928$.

Тогда имеем:
для шестерни

$$\sigma_{F1} = \frac{1000 \cdot 900 \cdot (3+1) \cdot 1{,}124 \cdot 1.008 \cdot 1.0 \cdot 3{,}72 \cdot 0{,}928}{130 \cdot 3 \cdot 52 \cdot 2} = 347{,}15 < 371 \text{ МПа};$$

для колеса

$$\sigma_{F2} = \frac{1000 \cdot 900 \cdot (3+1) \cdot 1{,}124 \cdot 1.008 \cdot 1.0 \cdot 3{,}39 \cdot 0{,}928}{130 \cdot 3 \cdot 52 \cdot 2} = 316{,}35 < 420 \text{ МПа}.$$

Как видно из сравнительных соотношений, условие прочности по напряжениям изгиба можно считать выполненным

Геометрические размеры зубчатой передачи (таблица 7.1.3).
Случай нарезания зубчатых колес без смещения

Диаметр делительной и начальной окружностей шестерни d_1 и колеса d_2:

$$d_1 = \frac{m_nz_1}{\cos\beta} = \frac{2 \cdot 32}{\cos(10^06^1)} = 65{,}00 \text{ мм};\quad d_1 = \frac{m_nz_2}{\cos\beta} = \frac{2 \cdot 96}{\cos(10^06^1)} = 195{,}00 \text{ мм}.$$

Диаметры вершин зубьев шестерни d_{a1} и колеса d_{a2}

$$d_{a1} = d_1 + 2h_a^*m_n = 65 + 2 \cdot 1 \cdot 2 = 69 \text{ мм};\quad d_{a2} = d_2 + 2h_a^*m_n = 195 + 2 \cdot 1 \cdot 2 = 199 \text{ мм}.$$

Диаметры впадин зубьев шестерни d_{f1} и колеса d_{f2}:

$$d_{f1} = d_1 - 2\left(h_f^* + c\right)m_n = 65 - 2(1 + 0{,}25) \cdot 2 = 60 \text{ мм};$$

$$d_{f2} = d_2 - 2\left(h_f^* + c\right)m_n = 195 - 2 \cdot (1 + 0{,}25) \cdot 2 = 190 \text{ мм}.$$

Силы в зацеплении

Нагрузка в контакте зубчатых колес представляет собой нормальную силу, составляющие которой называются *окружной* F_t, *радиальной* F_r и *осевой* F_a проекциями.

Величины этих проекций можно определить по формулам (7.1.56), (7.1.57):

$$F_t = \frac{2000T_2}{d_2} = \frac{2000 \cdot 900}{195} = 9230 \text{ Н};$$

$$F_r = \frac{F_t tg\alpha}{\cos\beta} = \frac{9230 \cdot tg\left(20^0\right)}{\cos\left(10{,}1^0\right)} = 3412 \text{ Н};$$

$$F_a = F_t tg\beta = 9230 \cdot tg(10{,}1) = 1647 \text{ Н}.$$

Пример проектировочного расчета червячной передачи

Рассчитать червячную передачу, предназначенную для передачи момента величина которого на выходе $T_2 = 1000$ Н.м и частота вращения на выходе $n_2 = 30$ об/мин. Конструктивно червячную передачу выполнить с Архимедовым червяком, которая обеспечивает передаточное отношение $u = 32$. Время работы передачи 30000 часов. Режим работы – тяжелый. Температура окружающей среды $t_0 = 20^0$.

При выполнении расчета принять

$\alpha = 20^0$ - угол профиля

$h_a^* = 1$ - коэффициент высоты головки витка

$c = 0{,}2$ - коэффициент радиального зазора

$h^* = 2 \cdot h_a^* + c = 2 \cdot 1 + 0{,}2 = 2{,}2$ коэффициент высоты головки витка

Материал червячного колеса

Бронза Бр О10Ф1, механические характеристики которой табл. (7.3.6)

$\sigma_b = 245$ МПа – предел прочности;

$\sigma_r = 160$ МПа- предел текучести.

Материал колеса

Сталь закаленная и шлифованнная ТВЧ до твердости 45…50 HRC

Частота вращения входного вала

$n_1 = n_2 u = 30 \cdot 32 = 960$ об/мин

Ориентировочное значение скорости скольжения можно определить по рекомендованной формуле

$v_s = 4{,}5 \cdot 10^{-4} n_1 \sqrt[3]{T_2} = 0{,}00045 \cdot 960 \sqrt[3]{1000} = 4{,}32$ м/сек

Общее число циклов нагружения червячного колеса (7.1.104)

$N_2 = 60t \cdot n_2 = 60 \cdot 30000 \cdot 30 = 5{,}4 \cdot 10^7$

Так как режим постоянный, то согласно (табл 7.3.7) $K_{He} = 0{,}416, K_{Fe} = 0{,}2$, получаем:

эквивалентное число циклов перемены нагружений по контакту зуба колеса по контактным напряжениям, табл. 7.3.7

$N_{He2} = N_2 \cdot K_{He} = 5{,}4 \cdot 10^7 \cdot 0{,}416 = 2{,}246 \cdot 10^7$

по напряжениям изгиба табл. 7.3.7

$N_{Fe2} = N_2 \cdot K_{Fe} = 5{,}4 \cdot 10^7 \cdot 0{,}2 = 1{,}08 \cdot 10^7$

Расчет допускаемых напряжений колеса по контактным напряжениям (7.3.42) для бронз с содержанием олова при твердости поверхности витков червяка 45…50 HRC

$$\sigma_{Ha} = 0{,}9\sigma_b \cdot \sqrt[8]{\frac{10^7}{N_{He2}}} = 0{,}9 \cdot 245 \cdot \sqrt[8]{\frac{10^7}{2{,}246 \cdot 10^7}} = 199{,}29 \text{ МПа}$$

Проверка выполнения условия попадания полученных напряжений в рекомендованный диапазон, который определяет область применимости (7.3.42)

$0{,}55 \cdot \sigma_b \le \sigma_{Ha} \le 0{,}95 \cdot \sigma_b$, который определяет область применимости (7.3.42)

Очевидно, что неравенство оказывается выполненным, а именно $134{,}75 \le 199{,}29 \le 232{,}75$

Если допускаемое напряжение выходит за границы области (7.3.42), тогда следует граничное значение приравнять к допускаемому.

Расчет допускаемых напряжений колеса по напряжениям изгиба в МПа (7.3.44)

$$\sigma_{Fa} = \frac{(0{,}44 \cdot \sigma_r + 0{,}14 \cdot \sigma_b)}{S_F} \sqrt[9]{\frac{10^6}{N_{Fe}}} = \frac{(0{,}44 \cdot 160 + 0{,}14 \cdot 245)}{1{,}75} \sqrt[9]{\frac{10^6}{1{,}08 \cdot 10^7}} = 46{,}47$$

Предварительный расчет межосевого расстояния по условию прочности по контактным напряжениям можно выполнить, если в (7.3.38),положить, что передача нарезана без смещения, а именно

$$a = \left(\frac{z_2}{q} + 1\right)\sqrt[3]{\left(\frac{5300}{\sigma_{Ha}\frac{z_2}{q}}\right)^2 K_{H\beta}K_{Hv}T_2}$$ если принять, согласно существующих

рекомендаций, что $q = 0{,}25z_2$ а $K_{H\beta}K_{Hv} \cong 1$, тогда

$$a = 610 \cdot \sqrt[3]{\frac{T_2}{\sigma_{Ha}^2}} = 610 \cdot \sqrt[3]{\frac{1000}{199{,}29^2}} = 179{,}004 \text{ мм}$$

Полученное предварительное значение межосевого расстояния округляем до ближайшего большего из нормального ряда чисел R20, принимая $a = 180$ мм.

Задаемся значением числа заходов червяка, что можно сделать, используя нижеследующие рекомендации табл.7.3.2

$z_1 = 4$,если $u \le 14$;

$z_1 = 2$,если $14 \le u \le 30$;

$z_1 = 1$,если $u \ge 30$.

Для рассчитываемого варианта, принимаем $z_1 = 1$.

Очевидно, что количество зубьев колеса при выбранной заходности червяка равно $z_2 = z_1 u = 1 \cdot 32 = 32$.

Ориентировочное значение модуля можно определить, если принять, как и раннее $q = 0{,}25z_2$, а межосевое расстояние рассчитать для передач без смещения, по формуле (7.3.9), а именно $m = \frac{1{,}6a}{z_2} = \frac{1{,}6 \cdot 180}{32} = 9$

Назначается модуль ближайшим , из ряда стандартных значений табл. (7.1.2), поэтому принимаем $m = 8$

Коэффициент диаметра червяка можно получить из (7.3.9)

$q = \frac{2a - z_2 m}{m} = \frac{2 \cdot 180 - 32 \cdot 8}{8} = 13$, значение которого, после выборки из стандартного ряда(7.3.2), можно принять $q = 12{,}5$

Округленным a , m , q будет соответствовать передача со смещением(7.3.13)

$$x = \frac{a - 0{,}5m(z_2 + q)}{m} = \frac{180 - 0{,}5 \cdot 8(32 + 12{,}5)}{8} = 0{,}25$$

Следует напомнить, что диапазон допустимых значений величин смещений ограничен и лежит в пределе $-1 \le x \le 1$. Если это условие не выполняется, то следует варьировать параметрами a , m , q до получения нужного значения x .

Необходимо помнить, что при наличии смещения делительные диаметры не совпадают с начальными, для обозначения которых далее будет использован индекс w , тогда угол подъема винтовой линии на начальном диаметре

$$\gamma_w = arctg\left(\frac{z_1}{q + 2x}\right) = arctg\left(\frac{1}{12{,}5 + 2 \cdot 0{,}25}\right) = 0{,}077 \text{ рад},$$

а диаметры определяются по формулам приведенным ниже:

делительный червяка (7.3.2) $d_1 = m \cdot q = 8 \cdot 12{,}5 = 100$ мм

делительный червячного колеса (7.2.1) $d_2 = m \cdot z_2 = 8 \cdot 32 = 256$ мм

начальный червяка(7.3.7) $d_{w1} = m(q + 2x) = 8(12{,}5 + 2 \cdot 0{,}25) = 104$ мм

Определение действующих напряжений в контакте витка червяка и зуба колеса (7.3.37)

$$\sigma_H = \frac{5300(q+2x)}{z_2} \cdot \sqrt{\left(\frac{z_2+q+2x}{a_w(q+2x)}\right)^3 T_2 K_{H\beta} K_{Hv}}$$

$$\sigma_H = \frac{5300(12{,}5+2\cdot 0{,}25)}{32} \cdot \sqrt{\left(\frac{32+12{,}5+2\cdot 0{,}25}{180\cdot(12{,}5+2\cdot 0{,}25)}\right)^3 1000\cdot 1{,}1\cdot 1} = 190{,}44 \text{ Мпа}$$

Сравнивая, действующие напряжения с допускаемыми получаем, что условие прочности по контактным напряжениям оказывается выполненным.

Расчет прочности по напряжениям изгиба.

Приведенное число зубьев (7.1.100)

$$z_{2v} = \frac{z_2}{\cos^3\gamma_w} = \frac{32}{\cos^3(0{,}077)} \cong 32$$

Действующие напряжения изгиба МПа (7.3.41)

$$\sigma_F = \frac{F_{t2} K_{F\beta} K_{Fv} Y_F \cos\gamma}{1{,}3m^2(q+2x)} = \frac{7812{,}5\cdot 1{,}1\cdot 1{,}0\cdot 1{,}71\cos(0{,}077)}{1{,}3\cdot 8^2(12{,}5+2\cdot 0{,}25)} = 13{,}5\ ,$$

где

$$F_{t2} = \frac{2T_2\cdot 1000}{d_2} = \frac{2\cdot 1000\cdot 1000}{256} = 7812{,}5 \text{ Н}$$ - окружное усилие на колесе

$K_{F\beta} = 1{,}1$ $K_{Fv} = 1$ -коэффициенты нагрузки принимаем по рекомендациям

$Y_F = 1{,}71$ - коэффициент формы зуба (табл. 7.3.5)

Тепловой расчет червячного редуктора

Окружная скорость

$$v = \frac{\pi\cdot d_1 n_1}{60\cdot 1000} = \frac{\pi\cdot 100\cdot 960}{60\cdot 1000} = 5{,}026 \text{ м/сек}$$

Скорость скольжения

$$v_s = \frac{v}{\cos\gamma_w} = \frac{5{,}026}{\cos(0{,}077)} = 5{,}041 \text{ м/сек,}$$

тогда приведенный коэффициент трения согласно табл.7.3.4 $\rho \cong 1^0 10'$

Коэффициент полезного действия (7.3.26)

$$\eta = \frac{tg\gamma_w}{tg(\gamma_w+\rho')} = \frac{tg(0{,}077)}{tg(0{,}077+0{,}02)} = 0{,}79$$

Мощность редуктора на выходе

$$P_2 = \frac{T_2 n_2}{9550} = \frac{1000\cdot 30}{9550} = 3{,}14 \text{ квт}$$

Требуемая мощность на входе в редуктор

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{3{,}14}{0{,}79} = 4{,}3 \text{ квт}$$

Площадь поверхности теплоизлучения в кв. м можно ориентировочно получить суммированием площадей корпуса редуктора (7.3.49), а именно

$$A = \left[2(a+0{,}5d_2+0{,}5d_1)d_2 + 2\cdot 2a\cdot d_1 + d_1 d_2\right]\frac{1{,}2}{10^6}$$ или после подстановки

$$A = \left[2(180+0{,}5\cdot 256+0{,}5\cdot 100)\cdot 256 + 2\cdot 2\cdot 180\cdot 100 + 256\cdot 100\right]\frac{1{,}2}{10^6} = 0{,}337$$

Температура масла без использования вентилятора (7.3.51)

$$t = \frac{10^3(1-\eta)P_1}{K_t A} + t_0 = \frac{10^3(1-0{,}79)4{,}3}{12{,}0 \cdot 0{,}337} + 20 = 243^0 C$$

так как температура оказалась высокой, расчет ведем при условии использования вентилятора.

Температура масла с использованием вентилятора (7.3.51)

$$t = \frac{10^3(1-0{,}79)4{,}3}{21{,}0 \cdot 0{,}337} + 20 = 147^0 C$$

Поскольку и в этом случае не удается достичь предельно допустимой температуры, то необходимо предусмотреть вариант использования принудительного охлаждения, либо за счет использования дополнительных ребер получить большую площадь теплоотдачи.

Определение других геометрических размеров.

Диаметр вершин червяка

$d_{a1} = d_1 + 2h_a^* m = 100 + 2 \cdot 1 \cdot 8 = 116$ мм

Диаметр вершин червячного колеса (7.3.6)

$d_{a2} = d_2 + 2(h_a^* + x)m = 256 + 2(1 + 0{,}25) \cdot 8 = 276$ мм

Наибольший диаметр червячного колеса

$d_{aM2} = d_{a2} + 6m/(z_1 + 2) = 276 + 6 \cdot 8/(1+2) = 292$ мм

Длина нарезанной части червяка (табл. 7.3.3)

$b = (11 + 0{,}08 z_2)m = (11 + 0{,}08 \cdot 32) \cdot 8 = 128{,}96$ мм

принимаем $b = 130$ мм

Ширина венца червячного колеса

$b_2 = 0{,}75 d_{a1} = 0{,}75 \cdot 116 = 87$ мм

Округляем полученное значение $b_2 = 90$ мм