

**ОПД.Ф.02.04 ДЕТАЛИ МАШИН  
ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЛАНЕТАРНЫХ  
ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ**

Методические указания по курсовому проектированию  
для студентов машиностроительных специальностей

Приведена методика проектирования планетарных зубчатых передач при заданном передаточном отношении; расчет геометрии зубчатых колес, составляющих планетарный механизм; методика выполнения картины эвольвентного зацепления.

Методические указания предназначены для студентов машиностроительных специальностей и могут быть использованы для изучения теоретической части курса и при выполнении курсового проекта по теории механизмов и машин.

В современном машиностроении планетарные механизмы находят широкое применение. Они позволяют выполнить передачи более компактными и легкими и дают ряд преимуществ в передачах от быстроходных двигателей к рабочей машине.

Планетарные механизмы с двумя степенями подвижности дают возможность передавать вращение ведомому валу от двух ведущих валов. Изменяя в узких пределах скорость одного ведущего, можно, не приостанавливая движения, на ходу, значительно изменить скорость ведомого вала. Это используется в конструкциях коробок скоростей, вариаторов и суммирующих механизмов. Планетарные механизмы широко применяются в подъемно-транспортном машиностроении, в автомобилестроении, тракторостроении и в других областях машиностроения.

## 1. ПЛАНЕТАРНЫЕ ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

### 1.1. Основные положения и определения

*Планетарной зубчатой передачей* называют механизм для передачи и преобразования вращательного движения, содержащий зубчатые колеса с перемещающейся осью вращения хотя бы одного из них.

*Основными звеньями планетарной зубчатой передачи* являются центральные зубчатые колеса, оси которых неподвижны, сателлиты - зубчатые колеса с перемещаемыми осями вращения и водило - звено, в котором установлены оси сателлитов. Как правило, планетарные механизмы изготавливаются соосными. Пример простейшей планетарной зубчатой передачи приведен на рисунке 1.

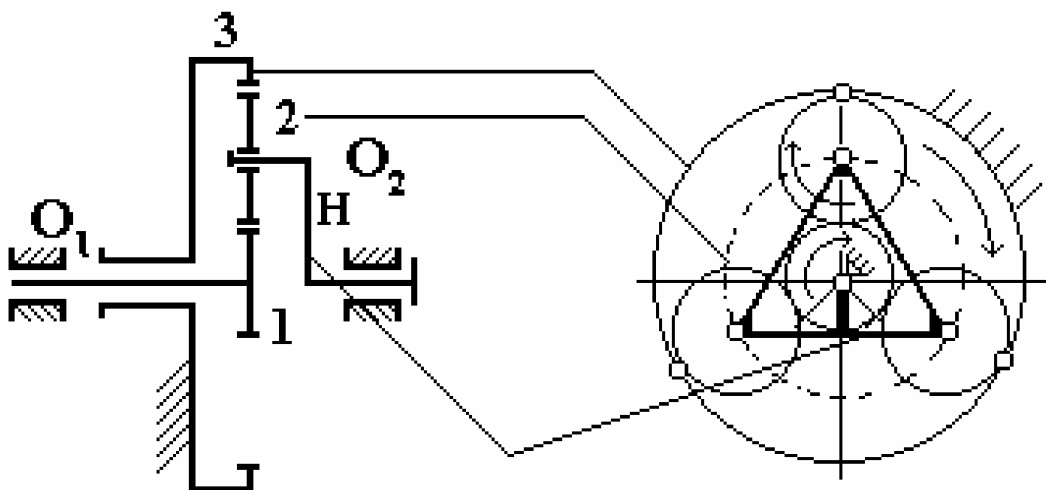


Рис.1. Планетарная зубчатая передача (условное изображение):

1,3 - центральные зубчатые колеса, 2 - сателлит, Н - водило

**Передаточное отношение** такой простейшей передачи  $i \leq 9$ , коэффициент полезного действия  $\eta = 0,96 \dots 0,98$ . Ее особенность заключается в применении нескольких сателлитов, расположенных с равными угловыми шагами. Кинематическая многосателлитная передача имеет несколько зон зацепления (в зависимости от числа сателлитов) с центральным колесом. Такая многопоточная передача энергии одновременно несколькими зубчатыми парами позволяет уменьшить габариты и массу планетарных передач по сравнению с обычными рядовыми зубчатыми передачами.

Число сателлитов назначают от 3 до 6. Чтобы сателлиты были нагружены равномерно, требуется высокая точность изготовления передачи. При высокой точности изготовления и сборки число сателлитов можно увеличить до 10...12.

Планетарные механизмы подразделяются на **планетарные редукторы и мультипликаторы**, которые обладают одной степенью свободы и обязательно имеют опорное звено (неподвижное центральное колесо), и зубчатые дифференциальные механизмы, число степеней свободы которых два и более ( $W=2$ ) и которые опорного звена не имеют.

Количество сателлитов не влияет на кинематику механизма и при подсчете степени подвижности следует учитывать только один сателлит. Так, степень подвижности механизма, изображенного на рисунке 1 (с тремя сателлитами):

$$W = 3(n-1) - (2p_1 + 1p_2) = 3(4-1) - (2 \cdot 3 + 1 \cdot 2) = 9 - 8 = 1,$$

где  $n = 4$  — число всех звеньев (1,2,Н - подвижные и 3 неподвижное);

$p_1 = 3$  — число одноподвижных кинематических пар (вращательные пары, образованные звеньями (3-1, 2-Н, Н-3));

$p_2 = 2$  — число двухподвижных кинематических пар (зацепления колес 1-2 и 2-3).

**Передаточное отношение** от колеса (1) к водилу (Н) при неподвижном колесе (3) обозначим  $i_{1-H}^{(3)}$ . Как и для любой передачи это передаточное отношение равно:

$$i_{1-H}^{(3)} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{n_1}{n_H} = \frac{M_H}{M_1 \eta},$$

где  $\omega_1, \omega_H$  — ( $c^{-1}$ ), угловые скорости звеньев;

$n_1, n_H$  — (об/мин), частота вращения;

$M_1, M_H$  — (кГм), крутящие моменты;

$\eta$  – коэффициент полезного действия, учитывающий потери на трение.

Чтобы связать передаточное отношение с числами зубьев колес используют формулу Виллиса, характеризующую передаточное отношение планетарной передачи при условно остановленном водиле Н. Этот прием называют методом обращения движения, или методом остановленного водила. Так, для рассматриваемого механизма (рис.1) формула Виллиса запишется в виде

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H},$$

но так как  $\omega_3 = 0$ , то формула примет вид:

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = -i_{1H} + 1, \text{ откуда}$$

$i_{1H} = 1 - i_{13}^{(H)}$  и через числа зубьев:

$$i_{1H} = 1 - \left[ \left( -\frac{z_2}{z_1} \right) \left( \frac{z_3}{z_2} \right) \right] = 1 + \frac{z_3}{z_1}.$$

**Дифференциальная передача.** Внесем изменение в схему планетарного механизма, приведенного на рис.1. Сделаем колесо (3) подвижным, соединив его вращательной парой со стойкой (рис.2). Полученный механизм имеет степень подвижности:

$$W = 3(n-1) - (2p_1 - p_2) = 3 \cdot 4 - (2 \cdot 4 + 1 \cdot 2) = 2.$$

Это означает, что на выходе имеются два независимых движения (звено Н и звено 3), либо из двух независимых движений получают одно определенное движение.

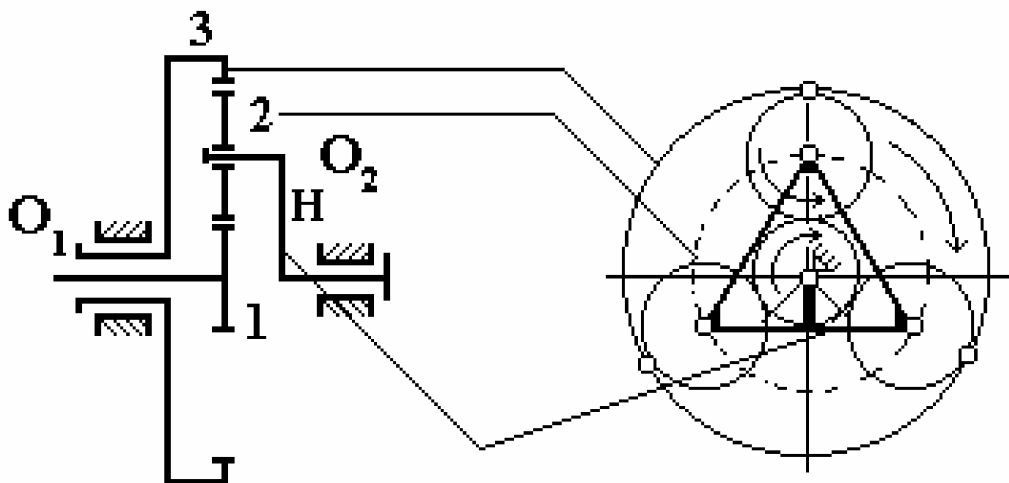


Рис.2. Дифференциальная передача

**В дифференциальной передаче** обычно ставится задача определения угловых скоростей ведомых звеньев в зависимости от скорости ведущего звена (либо определение угловой скорости ведомого звена по заданным угловым скоростям двух ведущих). Используя формулу Виллиса для нашего примера (рис.2), получим:

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_3}{z_1}.$$

### 1.2. Выбор чисел зубьев колес

При назначении чисел зубьев колес планетарной передачи необходимо учитывать ряд ограничений: **а)** числа зубьев  $z_1, z_2, z_3, \dots$  должны быть целыми;

**б)** сочетание чисел зубьев колес должно обеспечивать заданное передаточное отношение  $i$  с допустимой точностью  $\pm \Delta i$ ;

**в)** при отсутствии специальных требований необходимо использовать в передаче нулевые колеса (для колес с внешними зубьями  $z \geq z_{\min} = 17$ , для колес с внутренними зубьями  $z \geq z_{\min} = 85$  при  $h_a^* = 1$  и  $z \geq z_{\min} = 58$  при  $h_a^* = 0,8$ , где  $h_a^*$  – коэффициент высоты головки зуба по ГОСТу);

**г)** оси центральных колес и водила Н планетарной передачи должны совпадать между собой для обеспечения движения точек по соосным окружностям (условие соосности). Например, для передачи, изображенной на рисунке 1 это условие можно представить выражением

$$r_H = r_{W1} + r_{W2} = r_{W3} - r_{W2},$$

где  $r_H$  – радиус водила,  $r_{Wi}$  – радиус начальной окружности колеса;

**д)** при расположении сателлитов в одной плоскости, то есть без смещения в осевом направлении, соседние сателлиты должны быть расположены с таким окружным шагом, чтобы между окружностями вершин обеспечивался гарантированный зазор (условие соседства), что можно представить выражением

$$2r_H \cdot \sin\left(\frac{\pi}{k}\right) > (d_{a\text{cam}})_{\max} \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{k}\right) > \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2},$$

где  $d_{a_{cam}} = m(z_2 + 2)$  – диаметр окружности вершин сателлита;

е) сборка нескольких сателлитов должна осуществляться без натягов при равных окружных шагах между ними. Это условие выражается следующим соотношением

$$\frac{z_1 \cdot i_{1H}}{k} (1 + kp) = Ц,$$

где  $z_1$  – число зубьев центрального колеса,

$i_{1H}$  – передаточное отношение от входного звена 1 к выходному H,

$k$  – число сателлитов,

$Ц = 1, 2, 3, \dots$  – целое число,  $p = 0, 1, 2, \dots$  – целое число.

**Пример.** Подобрать числа зубьев  $z_1, z_2, z_3$  для передачи (рис.1) с передаточным отношением  $i_{1H} = 5,6$ .

1) С использованием формулы Виллиса записываем выражение передаточного отношения через числа зубьев

$$i_{1H} = 1 + \frac{z_3}{z_1} \Rightarrow \frac{z_3}{z_1} = 5,6 - 1 = 4,6.$$

2) Назначаем число зубьев на колесе (1)  $z_1 = 18 \Rightarrow z_3 = 18 \cdot 4,6 = 82,8$  число зубьев нецелое, условие, когда числа зубьев  $z_1, z_2, z_3, \dots$  должны быть целыми, не выполнено, переназначаем число зубьев на колесе (1). Пусть  $z_1 = 20 \Rightarrow z_3 = 20 \cdot 4,6 = 92$ , условие выполнено.

3) Используя условие соосности передачи, находим  $z_2$

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2 \Rightarrow z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2} = \frac{92 - 20}{2} = 36.$$

Итак:  $z_1 = 20, z_2 = 36, z_3 = 92$ . Число сателлитов примем  $k = 4$ .

4) Проверяем условие соседства:

$$\sin\left(\frac{\pi}{k}\right) > \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2} \Rightarrow 0,707 > \frac{36 + 2}{20 + 36} = 0,679.$$

5) Проверяем условие сборки без натягов:

$$\frac{z_1 i_{1H}}{k} (1 + kp) = \frac{20 \cdot 5,6}{4} = 28 = Ц.$$

В случае двухрядного расположения зубчатых колес в передаче (рис.3) простой перебор вариантов становится громоздким. Здесь полезно использовать методику выбора чисел зубьев на основе разложения заданной величины передаточного отношения на ряд сомножителей  $C_1, C_2, C_3, C_4$ , которые пропорциональны назначаемым числам зубьев  $z_1, z_2, z_3, z_4$ . Это записывается в виде соотношений:

$$z_1 \sim C_1 q; z_2 \sim C_2 q; z_3 \sim C_3 q; z_4 \sim C_4 q,$$

где  $q$  — целое число, сомножитель назначаемый при проверке условия сборки.

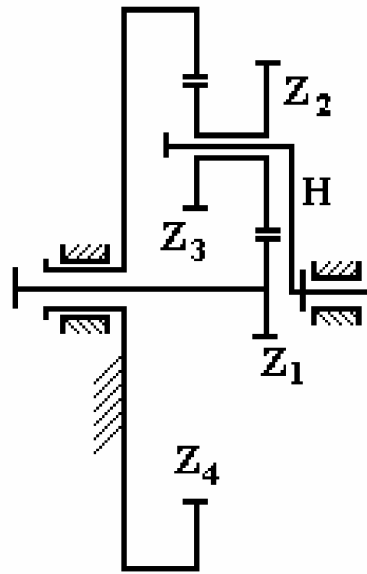


Рис. 3. Планетарный механизм с двухрядным расположением зубчатых колес

Тогда передаточные соотношения для рассматриваемой схемы, например  $u_{1H} = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$  запишется в виде  $(u_{1H} - 1) = \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{C_2 C_4}{C_1 C_3}$ . И варианты разложения на сомножители при  $u_{1H} = 21$  будут следующие:

$$\frac{C_2 C_4}{C_1 C_3} = 20 = \frac{20 \cdot 1}{1 \cdot 1} = \frac{20 \cdot 2}{2 \cdot 1} = \frac{20 \cdot 3}{3 \cdot 1} \dots\dots$$

Из этих комбинаций следует выбрать такие, которые обеспечивали бы наиболее подходящую кинематическую схему передачи. Используя условия соосности для каждой конкретной схемы механизма эти разложения можно будет представить в удобном для счета виде. Так, для схемы механизма,

изображенного на рисунке 3, из условия соосности можно записать следующее выражение:

$$z_1 + z_2 = z_4 - z_3,$$

а так как

$$z_2 = z_1 \frac{C_2}{C_1}, z_3 = z_4 \frac{C_3}{C_4}$$

то условие соосности преобразовывается в следующий вид:

$$z_1 \frac{C_1 + C_2}{C_1} = z_4 \frac{C_4 - C_3}{C_4}.$$

Это соотношение выполнимо, если

$$\begin{aligned} z_1 &= qC_1(C_4 - C_3) \\ z_2 &= qC_2(C_4 - C_3) \\ z_3 &= qC_3(C_1 + C_2) \\ z_4 &= qC_4(C_1 + C_2) \end{aligned}$$

### 1.3. Расчет межосевого расстояния и выбор модуля зубьев колес

После выбора чисел зубьев определяют *межосевое расстояние*, равное радиусу водила  $r_H$  с учетом условий работы передачи, допускаемых напряжений на контактную и изгибную выносливость. Для ориентировочных расчетов рекомендуем воспользоваться частной формулой

$$a_W = r_H = 9,54 \left( i_{12}^H \pm 1 \right) \sqrt{\frac{M_1}{k i_{12}^H}},$$

где  $r_H$  — радиус водила планетарного редуктора;

$i_{12}^H$  — передаточное отношение планетарной пары при остановленном водиле;

$M_1$  (н·м) — крутящий момент на входном валу колеса  $z_1$ ;

$k$  — число сателлитов.

Знак (+) для внешнего зацепления, (-) для внутреннего зацепления.

Значение  $a_W$  уточняют после выбора модуля.

**Модуль зубьев колес:**

$$m = \frac{2a_W}{(1+i_{12}^H)z_1}.$$

Окончательно модуль зубьев принимают в соответствии со стандартным рядом модулей (СТ СЭВ 310-76) в мм:

1-й ряд (1; 1,25; 2; 2,5; 3; 4; 6; 8; 10; 12; 16; 20)

2-й ряд (1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 7; 9; 11; 14; 18; 22).

## 2. РАСЧЕТ ГЕОМЕТРИИ ЗУБЧАТЫХ ПАР

### ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ

#### 2.1. Расчет геометрии зубчатой эвольвентной цилиндрической передачи внешнего зацепления

**Исходные данные:**  $m$  – модуль зубьев (мм);  $z_1, z_2$  – числа зубьев шестерни и колеса соответственно.

Межосевое расстояние передачи (уточненное) в мм:

$$a = m \frac{z_1 + z_2}{2}.$$

Угол зацепления передачи  $\alpha_W = \alpha$ , где  $\alpha = 20^\circ$  – угол профиля исходного контура инструмента (инструментальной рейки).

Диаметр делительной окружности, мм:

$$d_{1,2} = m \cdot z_{1,2}.$$

Диаметр основной окружности, мм:

$$d_{b1,2} = d_{1,2} \cdot \cos(\alpha).$$

Диаметр окружности впадин, мм:

$$d_{f1,2} = m(z_{1,2} - 2,5).$$

Диаметр окружности вершин, мм:

$$d_{a1,2} = m(z_{1,2} + 2).$$

Высота зубьев колес, мм:

$$h = a - \frac{d_{f1} + d_{f2}}{2} - c,$$

где  $c = 0,25m$  – стандартный радиальный зазор зубчатой передачи.

Окружные толщины зубьев по делительным окружностям колес, мм:

$$S_{f1,2} = \frac{\pi}{2} m.$$

Окружной делительный шаг зубьев, мм:

$$P = \pi \cdot m.$$

## **2.2. Расчет геометрии зубчатой эвольвентной цилиндрической передачи внутреннего зацепления.**

*Исходные данные:*  $m$  – модуль зубьев, мм;  $z_1, z_2$  – числа зубьев шестерни и колеса соответственно.

Межосевое расстояние передачи (уточненное), мм:

$$a = m \frac{z_2 - z_1}{2}.$$

Угол зацепления передачи  $\alpha_w = \alpha$ , где  $\alpha = 20^\circ$  – угол профиля исходного контура инструмента (инструментальной рейки).

Диаметр делительной окружности, мм:

$$d_2 = m \cdot z_2.$$

Диаметр основной окружности, мм:

$$d_{b2} = d_2 \cdot \cos(\alpha).$$

Диаметр окружности впадин, мм:

$$d_{f2} = m(z_2 + 2,5).$$

Диаметр окружности вершин, мм:

$$d_{a2} = m(z_2 - 2).$$

Высота зубьев колес, мм:

$$h = \frac{d_{f2} - d_{f1}}{2} - a - c,$$

где  $c = 0,25m$  – стандартный радиальный зазор зубчатой передачи.

Окружные толщины зубьев по делительным окружностям колес, мм:

$$S_{n,2} = \frac{\pi}{2} m.$$

Окружной делительный шаг зубьев, мм:

$$P = \pi \cdot m.$$

### 3. КАЧЕСТВЕННЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

#### 3.1. Скольжение профилей в зацепление

Профили зубьев в процессе работы передачи скользят друг по другу. Чистое их качение наблюдается только в полюсе зацепления П. Скольжение контактирующих поверхностей зубьев сопровождается износом этих поверхностей.

Обратимся к рис. 4, на котором изображены две контактирующие между собой пластинки - 1 и 2.

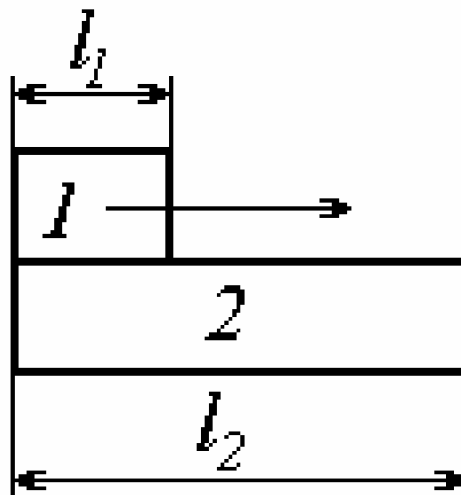


Рис. 4. Скольжение двух пластин

Пусть пластинка 1 скользит по пластинке 2. При одинаковых материалах поверхностей скольжения быстрее изнашивается пластинка 1.

Износ поверхностей характеризуется величиной коэффициентов удельного скольжения  $\mathcal{G}$  (чем больше этот коэффициент, тем интенсивнее износ).

При длине  $l_1$  и  $l_2$  участков износа коэффициенты удельного скольжения равны:

$$g_1 = \frac{l_1 - l_2}{l_1},$$

$$g_2 = \frac{l_2 - l_1}{l_2}.$$

Для эвольвентного зацепления эти соотношения приводятся к виду:

$$g_1 = \frac{z_2}{z_1} - \frac{N_2 T}{N_1 T}, \quad (a)$$

$$g_2 = 1 - \frac{N_1 T}{N_2 T} \cdot \frac{z_2}{z_1} \quad (б)$$

где  $z_1, z_2$  — числа зубьев колеса передачи,

$N_1 T, N_2 T$  - отрезки, на которые делится теоретическая линия зацепления  $N_1 N_2$  контактной точкой  $T$ .

Формула (а) для расчета коэффициентов удельного скольжения  $g_1$  на поверхности зуба колеса (1) получена с учетом того, что зубья малого колеса зацепляются в передаточное число раз чаще зубьев большого колеса. Поэтому износ зубьев малого колеса будет интенсивнее износа зубьев большого колеса.

В соответствии с полученными формулами графики удельных скольжений зубьев колес эвольвентной передачи имеют вид (рис.5).

На рис. 5  $N_1 N_2$  - линия зацепления зубчатой передачи (теоретическая),  $ав$ - линия зацепления зубчатой передачи (активная, рабочая),  $\Pi$  - полюс зацепления.

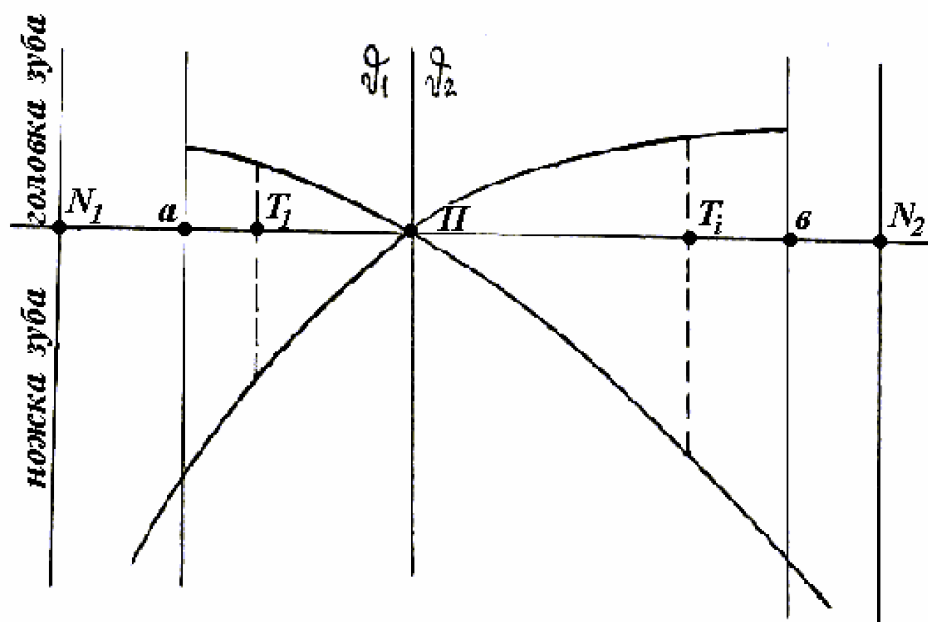


Рис. 5. Кривые удельных скольжений

Положения точек  $T_1, \dots, T_i$  на активной линии зацепления  $av$  назначаются; отрезки  $N_1T_i$  и  $N_2T_i$  теоретической линии зацепления снимаются с построенной измерением (с учетом масштабного коэффициента).

При рассмотрении графиков удельных скольжений эвольвентных профилей видно, что при зацеплении зубьев в точке  $N_2$  удельное скольжение  $\mathcal{G}_1$  на ножке зуба колеса (1) становится бесконечно большим.

Аналогичная картина наблюдается и на ножке зуба колеса 2 при зацеплении зубьев в точке  $N_1$ .

Из отмеченного следует, что по износу нельзя допускать зацепления эвольвент профилей зубьев вблизи их основных окружностей.

В полюсе зацепления  $\Pi$  скольжение профилей, как это было отмечено ранее, равно нулю.

Для равномерного износа зубьев удельные скольжения  $\mathcal{G}_1$  и  $\mathcal{G}_2$  стремятся выравнять (по абсолютному значению) путем определенной установки инструментальной рейки при нарезании колес.

### 3.2. Коэффициент перекрытия зацепления

Зубья колес, собранных в передачу, соприкасаются только на линии зацепления в пределах ее активного участка.

При работе передачи зацепление зубьев колес должно быть непрерывным - до выхода из зацепления одной пары зубьев должна вступать в работу следующая пара (соседние пары зубьев должны перекрывать работу друг друга).

В эвольвентном зацеплении (рис.6) условие непрерывной работы профилей зубьев выполняется только в том случае, когда рабочий участок  $av$  линии зацепления больше по величине основного окружного шага  $P_b$ , то есть

$$\overline{ab} > \overline{P_b}.$$

Отношение активного участка линии зацепления к основному окружному шагу называется коэффициентом (торцевого) перекрытия эвольвентного зацепления и находится по формуле

$$\varepsilon = \frac{ab}{P_b} > 1.$$

Чем больше значение коэффициента перекрытия  $\varepsilon_\alpha$ , тем выше плавность и нагрузочная способность передачи.

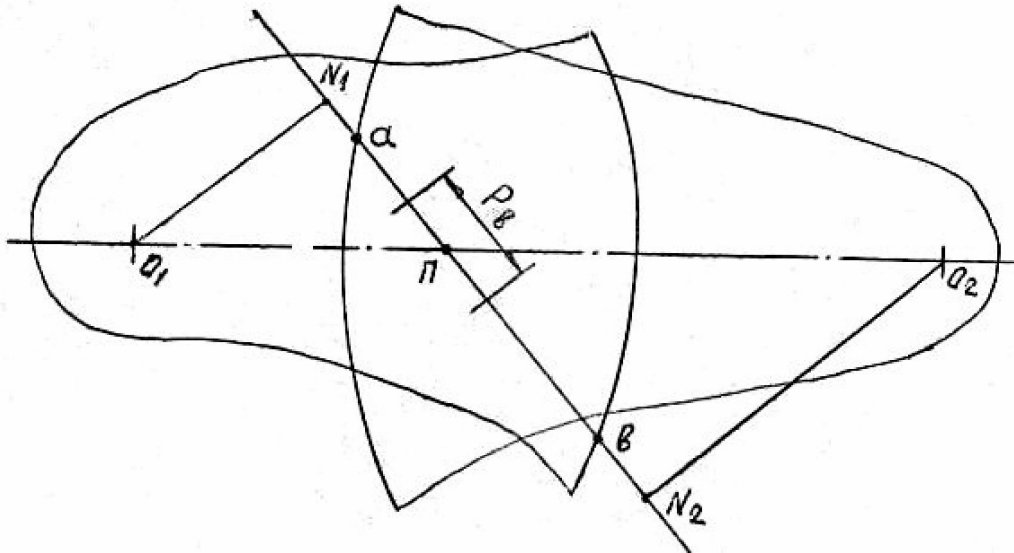


Рис. 6. К расчету коэффициента перекрытия

Необходимо отметить, что при значении  $\varepsilon_\alpha < 1$  передача вращательного движения будет происходить с перерывами - работающая пара зубьев выйдет из зацепления раньше, чем вступит в зацепление очередная пара зубьев. Зубчатая передача будет работать с ударами, будет нарушаться заданное передаточное отношение (число).

При рассмотрении исходного контура инструментальной рейки видно, что основной окружной шаг

$$P_b = P \cos \alpha = \pi m \cos \alpha .$$

С учетом значения  $P_b$  коэффициент перекрытия эвольвентного зацепления находим по формуле

$$\varepsilon_\alpha = \frac{ab}{\pi m \cos \alpha} ,$$

где  $m$  — модуль зубьев;  $\alpha$  — угол профиля исходного контура инструментальной рейки;  $ab$  — натуральное значение активного участка линии зацепления.

Коэффициент торцевого перекрытия можно рассчитать и аналитическим путем

$$\varepsilon_{\alpha} = \left[ \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} + \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} - a \sin(\alpha) \right] / (\pi m \cos(\alpha)),$$

где  $r_{a1,2}, r_{b1,2}$  – радиусы соответственно окружностей вершин и основных окружностей.

### 3.3. Коэффициент полезного действия

Коэффициент полезного действия передачи определим, учитывая потери на трение только в опорных подшипниках колес и зацеплении зубьев. Потери мощности на перемешивание масла учитывать не будем.

Обозначим:  $\eta_1$  – к. п. д., учитывающий потери мощности на трение в опорах колес,  $\eta_2$  – к. п. д., учитывающий потери мощности на трение в зацеплении.

Тогда коэффициент полезного действия передачи с учетом одинаковости опор

$$\eta = \eta_1^2 \eta_2.$$

$\eta_1 \approx 0,95 \dots 0,98$  – принимаем;  $\eta_2$  находим из соотношения

$$\eta_2 \approx 1 - \frac{\pi}{2} f_{\text{зац}} \varepsilon_{\alpha} \left( \frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2} \right),$$

где  $\varepsilon_{\alpha}$  – коэффициент перекрытия зацепления;

$f_{\text{зац}} \approx 0,06$  – коэффициент трения скольжения поверхностей работающих зубьев.

Знак (+) - для внешнего, знак (-) - для внутреннего зацепления.

### 3.4. Постоянная хорда и высота до постоянной хорды

Погрешности изготовления и сборки зубчатых передач могут явиться причиной неправильной работы механизма, вызвать вибрации, шум, нагрев и концентрацию напряжений на отдельных участках зубьев.

В связи с этим зубчатые колеса и передачи подвергаются контролю по тем или иным показателям точности.

К одному из видов контроля относится измерение толщины зубьев колес. Этот вид контроля позволяет установить, будет ли в передаче выдержан заданный боковой зазор между зубьями при данном межосевом расстоянии и при неизбежных погрешностях нарезания зубьев.

Толщину зуба колес измеряют по постоянной хорде  $\overline{S}_c$ . Это измерение осуществляют либо рабочий-зуборезчик, либо работник службы технического контроля. Данные же для настройки инструмента при измерении постоянной хорды задаются конструктором и приводятся на чертеже зубчатого колеса.

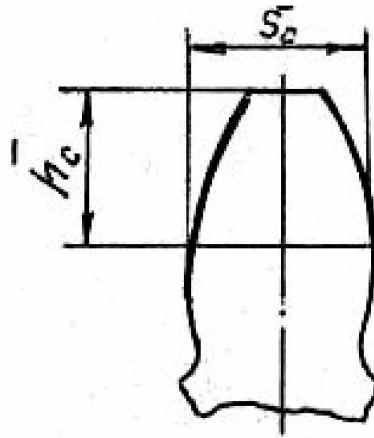


Рис. 7. Постоянная хорда и высота до постоянной хорды

На рис. 7 на зубе колеса изображены постоянная хорда  $\overline{S}_c$  и ее высота  $\overline{h}_c$ . Их значения определяются для каждого колеса передачи по формулам:

$$\overline{S}_{c1,2} = \left( \frac{\pi}{2} \cos^2 \alpha + x_{1,2} \sin 2\alpha \right) m,$$

$$\overline{h}_{c1,2} = \frac{1}{2} \left( d_{a1,2} - d_{1,2} - \overline{S}_{c1,2} \operatorname{tg} \alpha \right),$$

где  $x_{1,2}$  – коэффициенты смещения исходного контура (в случае нулевых колес  $x_{1,2} = 0$ );

$d_{a1,2}$  – диаметры вершин зубьев колес;

$d_{1,2}$  – делительные диаметры колес.

По вычисленным значениям  $\overline{S}_{c1,2}$  и  $\overline{h}_{c1,2}$  настраивается инструмент для контроля толщины зубьев малого (с индексом "1") и большого (с индексом "2") колес.

#### 4. ПОСТРОЕНИЕ ЭВОЛЬВЕНТЫ ПРОФИЛЯ

Приводим упрощенный способ построения эвольвенты профиля зуба (рис. 8) заменой дуг эвольвенты дугами окружностей.

На рис. 8 показана часть схемы эвольвентного зацепления, относящаяся к колесу 1: линия межосевого расстояния -  $O_1\Pi$ , основная окружность радиуса  $O_1N_1$ , полюс зацепления  $\Pi$ . Построение целесообразно начинать с эвольвенты, проходящей через полюс зацепления  $\Pi$ .

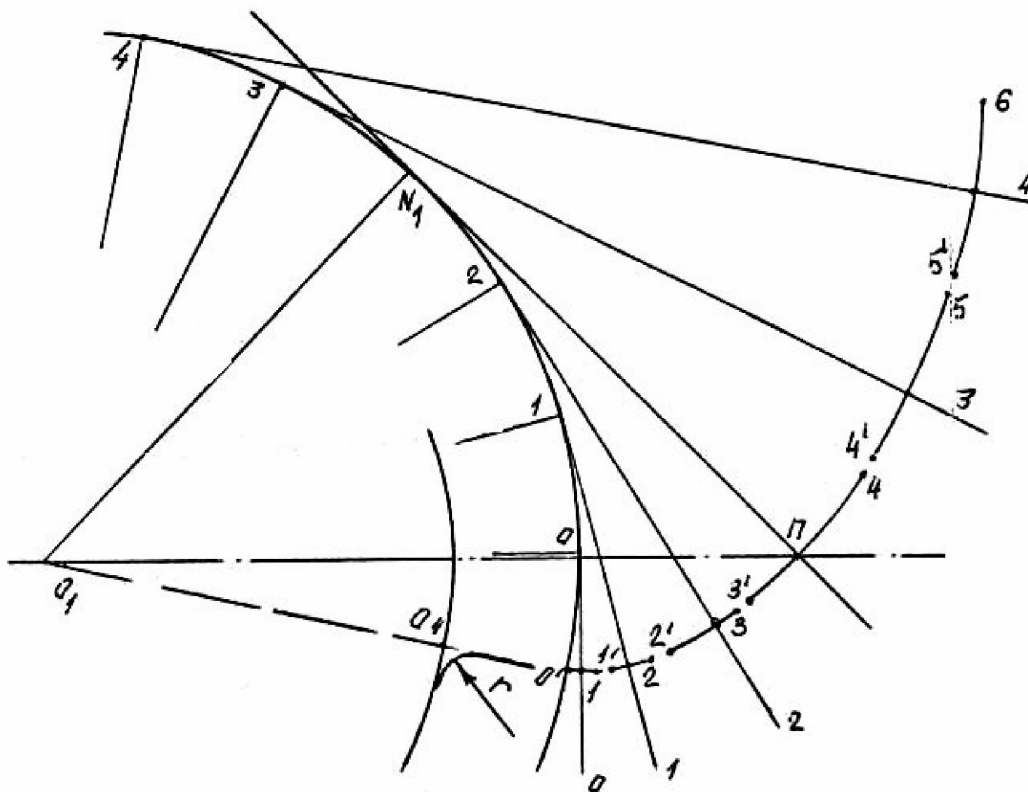


Рис. 8. Построение эвольвенты профиля

#### Последовательность операций

1. Разбить основную окружность в окрестности точки  $N_1$  на равные участки:  $0-1, 1-2, 2-N_1, N_1-3, 3-4, \dots$
2. В граничные точки  $0, 1, 2, 3, 4, \dots$  участков построить радиусы  $O_1-0, O_1-1, \dots, O_1-4, \dots$  основной окружности.
3. Построить в указанных точках касательные к основной окружности:  $0-0, 1-1, \dots, 4-4, \dots$  (перпендикуляры к радиусам, пункт 2).
4. В окрестности касательной  $N_1\Pi$  к основной окружности построить дугу окружности  $3'-4$  радиусом  $N_1\Pi$  с центром в точке  $N_1$ .
5. Построить из точки 2 основной окружности как из центра в окрестности касательной  $2-2$  дугу окружности  $3-2'$ .
6. Построить из точки 3 основной окружности как из центра в окрестности касательной  $3-3$  дугу окружности  $4'-5$  радиуса  $3-4$ .

Меняя центры и величину радиусов, аналогично построить дуги окружностей в окрестностях остальных касательных к основной окружности. Число касательных и количество дуг должны охватывать участок плоскости между основной окружностью и окружностью вершин зубьев колеса. Чем чаще проведены касательные, тем ближе к эвольвенте построенная кривая профиля зуба.

**ПРИМЕЧАНИЕ.** Зуб колеса в промежутке между основной окружностью и окружностью впадин зубьев профилируется по радиальной прямой, проведенной из точки профиля на основной окружности (прямая  $O-O''$  на рис 6.1). Радиус сопряжения прямолинейного участка профиля с окружностью впадин  $r = 0,4 \cdot m$ , где  $m$  – модуль зубьев.

## **5. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ**

Исходными данными при проектировании передачи являются: схема передачи; передаточное отношение  $i$ ; крутящий момент  $M$  на входном звене.

1. Ознакомьтесь с исходными данными и условиями работы планетарной передачи.
2. Используя формулу Виллиса для заданной схемы планетарной передачи, выведите формулу, связывающую передаточное отношение с числами зубьев колес.
3. Методом перебора выберите числа зубьев колес планетарной передачи при условии учета всех требуемых ограничений.
4. Рассчитайте межосевые расстояния и определите модуль зубьев. Определите размеры всех зубчатых колес для выбранного варианта чисел зубьев.
5. Вычертите кинематическую схему спроектированной планетарной передачи в выбранном масштабе, в двух проекциях.
6. Вычертите картину эвольвентного зацепления любой из пар зубчатых колес внешнего зацепления.
7. Постройте графики удельного скольжения профилей зубьев вычерчиваемого зацепления, рассчитайте КПД зацепления, коэффициент торцевого перекрытия и параметры контроля качества изготовления зубчатых колес.

## **ЛИТЕРАТУРА**

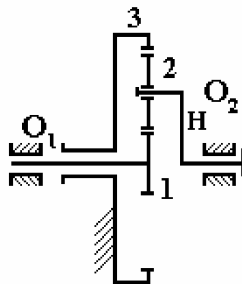
1. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин: учеб. пособие для вузов / Под ред. К.В.Фролова. - 2-е изд., перераб. И доп. - М.: Высш. шк., 1998. - 335 с.
2. Синтез эвольвентного зубчатого зацепления: Метод. указания к курсовому проектированию для студентов-заочников механических специальностей / Сост. Лоцманенко В.В. Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 1991. - 27 с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1.

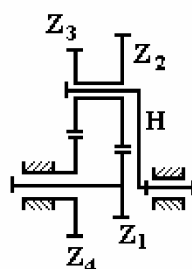
### Варианты схем планетарных механизмов

#### для заданий на курсовое проектирование

Вариант 1.



Вариант 2.



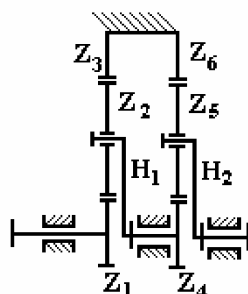
$$z_1 = qC_1(C_4 + C_3)$$

$$z_2 = qC_2(C_4 + C_3)$$

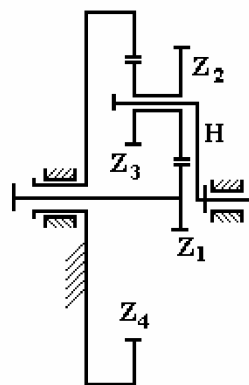
$$z_3 = qC_3(C_1 + C_2)$$

$$z_4 = qC_4(C_1 + C_2)$$

Вариант 3.



Вариант 4.



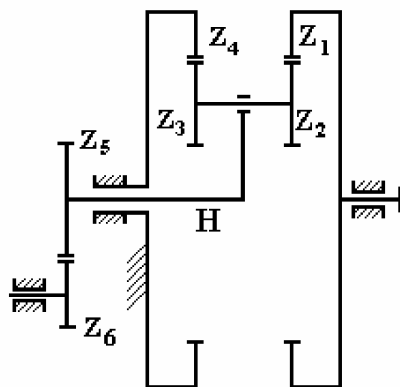
$$z_1 = qC_1(C_4 - C_3)$$

$$z_2 = qC_2(C_4 - C_3)$$

$$z_3 = qC_3(C_1 + C_2)$$

$$z_4 = qC_4(C_1 + C_2)$$

Вариант 5.



$$z_1 = qC_1(C_4 - C_3)$$

$$z_2 = qC_2(C_4 - C_3)$$

$$z_3 = qC_3(C_1 - C_2)$$

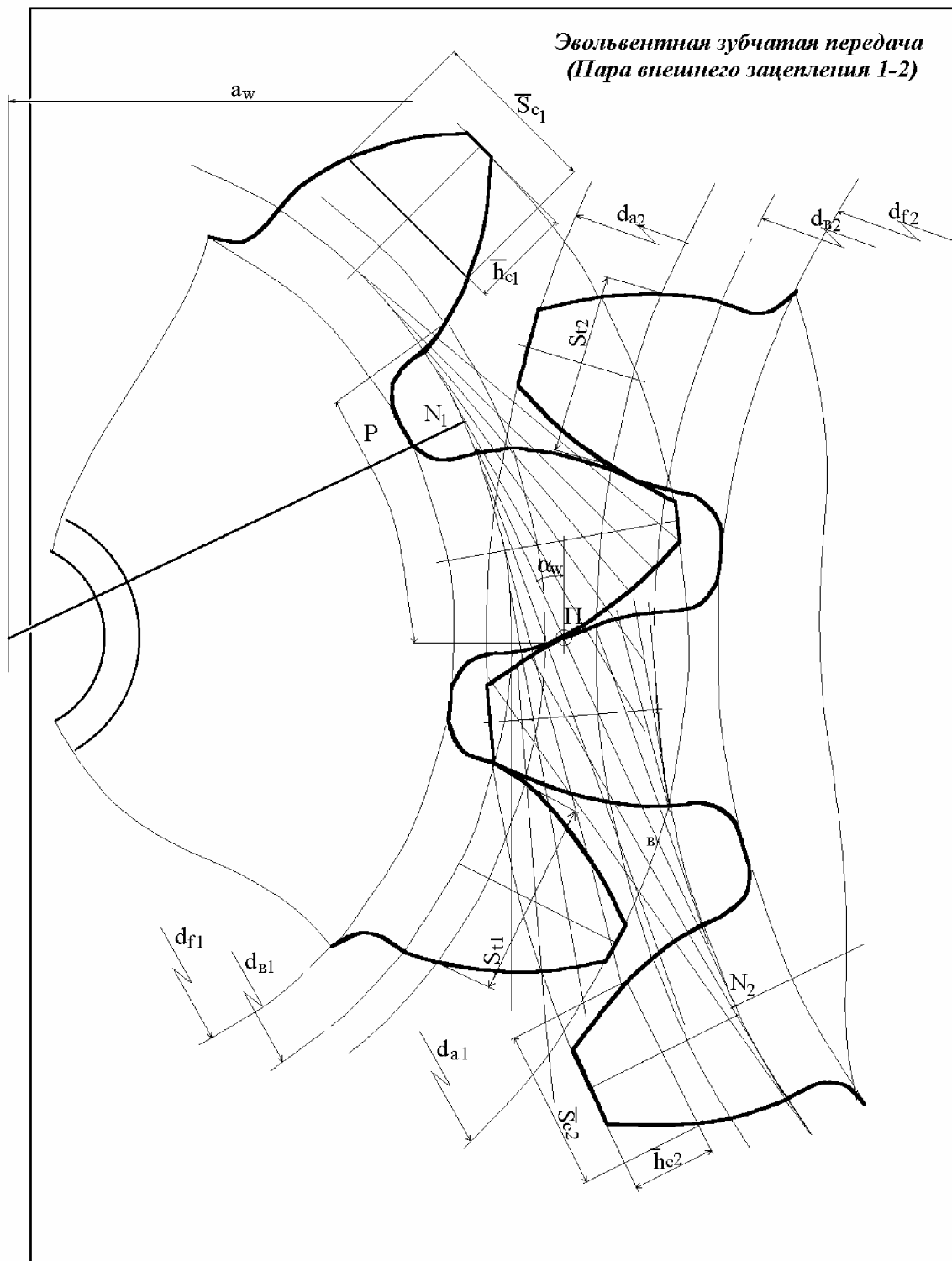
$$z_4 = qC_4(C_1 - C_2)$$

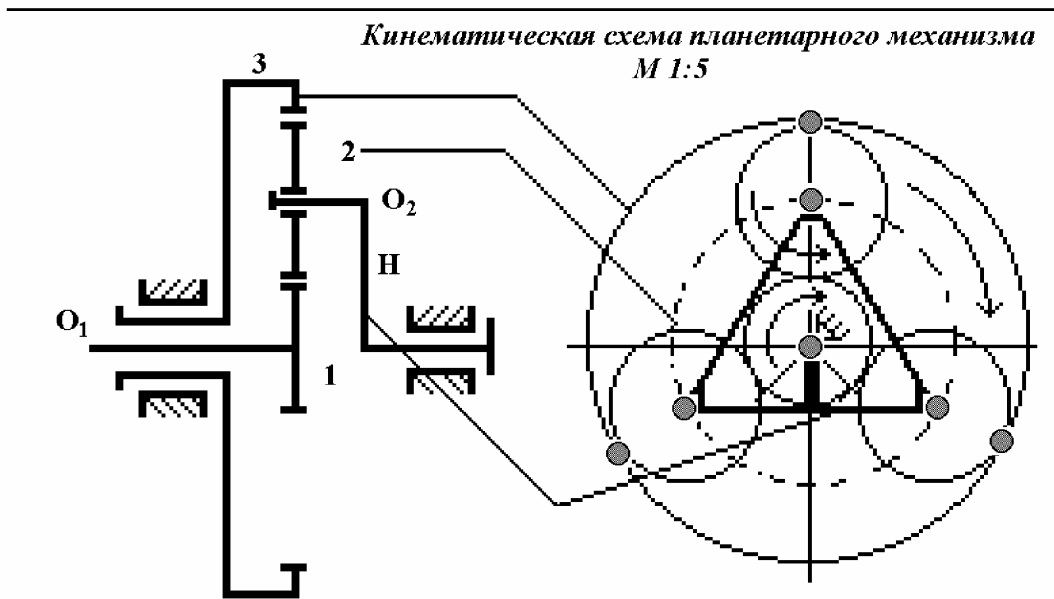
ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Цифровые данные на проектирование

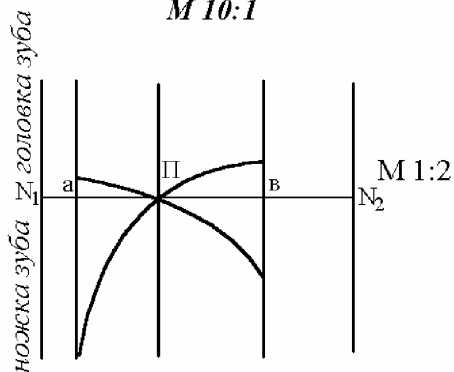
№ вар.	Переда-точное число	Вариант схемы	A	B	C	D
			Значения передаточных чисел			
1	u <sub>1H</sub>	<i>Схема 1</i> M вх. = 1000 н·м	9	8,75	8,5	8,25
2			8	7,75	7,5	7,25
3			7	6,75	6,5	6,25
4			6	5,75	5,5	5,25
5	u <sub>H1</sub>	<i>Схема 2</i> M вх. = 1100 н·м	40	50	60	70
6			80	90	110	120
7			140	150	160	180
8			200	250	300	350
9			400	450	500	550
10			600	650	700	750
11	u <sub>1H2</sub>	<i>Схема 3</i> M вх. = 1200 н·м	80	85	70	75
12			70	65	60	55
13			50	45	40	35
14			78	74	68	64
15			58	54	52	48
16	u <sub>1H</sub>	<i>Схема 4</i> M вх. = 1300 н·м	45	44	42	40
17			38	36	35	32
18			30	28	25	24
19			22	20	18	16
20	u <sub>61</sub>	<i>Схема 5</i> M вх. = 1400 н·м	30	40	50	60
21			70	80	90	100
22			35	45	55	65
23			75	85	95	110
24			200	250	300	350
25			400	450	500	550
26			600	650	700	750

Образец компоновки чертежа





**Кривые удельных скольжений  
М 10:1**



Модуль зубьев, мм	$m$	10
Число зубьев шестерни	$z_1$	10
Число зубьев колеса	$z_2$	17
Исходный контур	СЭВ	308-76
Передаточное число	$u_{12}$	1,7
Межосевое расстояние передачи, мм	$a_w$	140
Угол зацепления передачи	$\alpha_w^0$	20
Делительные диаметры, мм	$d_1$	100
	$d_2$	170
Коэффициент перекрытия зацеплен	$\epsilon_\alpha$	1,22
Коэффициент полезного действия	$\eta$	0,905
Окружные толщины зубьев по делительным окружностям, мм	$S_{d1}$	18,71
	$S_{d2}$	16,78
Толщины зубьев по постоянной хорде, мм	$S_{c1}$	16,52
	$S_{c2}$	14,8
Высота постоянной хорды, мм	$h_{c1}$	10,52
	$h_{c2}$	8,19

				ДВГУ		КП ТММ	
№	лист	Имя	подп.	дате	дир.	масса	масса
разраб	Иванов И.				у		5:1
проект	Иванов				лист	листов	
Г. контр.					Коэффициент ОК		
И. контр.	Иванов						
Удт.							

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Планетарные зубчатые передачи.	
1.1. Основные положения и определения.....	3
1.2. Выбор чисел зубьев колес.....	6
1.3. Расчет межосевого расстояния и выбор модуля зубьев колес.....	9
2. Расчет геометрии зубчатых пар планетарной передачи	
2.1. Расчет геометрии зубчатой эвольвентной цилиндрической передачи внешнего зацепления.....	10
2.2. Расчет геометрии зубчатой эвольвентной цилиндрической передачи внутреннего зацепления.....	11
3. Качественные показатели зубчатой передачи	
3.1. Скольжение профилей в зацеплении.....	12
3.2. Коэффициент перекрытия зацепления.....	14
3.3. Коэффициент полезного действия.....	16
3.4. Постоянная хорда и высота до постоянной хорды.....	16
4. Построение эвольвенты профиля.....	17
5. Последовательность проектирования планетарной передачи	19
ЛИТЕРАТУРА	19
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Варианты схем планетарных механизмов для заданий на курсовое проектирование	20
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Цифровые данные на проектирование	21
ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Образец компоновки чертежа	22